МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Соликамский государственный педагогический институт
(филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Пермский государственный национальный исследовательский университет»

РАЗВИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛА – ВУЗ

Коллективная монография

Соликамск
СГПИ
2015

УДК 372.851
ББК 74.262.21
Р 23

Рецензенты:

Лодатко Е.А., доктор педагогических наук, профессор кафедры педагогики высшей школы и образовательного менеджмента Черкасского национального университета имени Богдана Хмельницкого; **Безусова Т.А.**, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и физики СГПИ (филиала) ПГНИУ.

Р 23 Развивающий потенциал математического образования: школа – вуз [Текст]: коллективная монография / Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ». – Соликамск: СГПИ, 2015. – 111 с. – ISBN 978-5-89469-106-0.

В монографии (подготовленной авторским коллективом из России, Армении и Украины) рассмотрены некоторые направления развивающего потенциала математического образования, как школьного, так и вузовского. Авторы выделяют основные этапы решения контекстных задач, рассматривают развивающий потенциал теоремы, анализируют самостоятельную работу студентов в процессе изучения истории математики в педагогическом вузе, а также педагогические условия формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики.

Материалы монографии будут интересны педагогическим работникам, студентам и другим категориям читателей, интересующихся рассматриваемой тематикой.

УДК 372.851
ББК 74.262.21

Рекомендовано к изданию РИС СГПИ.
Протокол № 72 от 8.04.2015 г.

ISBN 978-5-89469-106-0

СОДЕРЖАНИЕ

ВЕДЕНИЕ

На современном этапе развития системы общего и профессионального образования значительное внимание отводится вопросам формирования у обучаемых умений применять освоенное содержание в стандартных и нестандартных ситуациях, готовности и способности осуществлять различные виды деятельности практической, профессиональной, познавательной направленности. В настоящее время в федеральных государственных образовательных стандартах школы речь идет об освоении школьниками образовательных компетенций и определенного набора универсальных учебных действий (познавательных, личностных, коммуникативных, регулятивных, знаково-символических). Действующие федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования в качестве результата обучения в вузе задают комплекс компетенций (общекультурных, профессиональных, специальных). На решение этой задачи должны работать все учебные курсы и предметы.

В данной монографии (подготовленной авторским коллективом из России, Армении и Украины) рассмотрены некоторые направления развивающего потенциала математического образования, как школьного, так и вузовского. Авторы выделяют основные этапы решения контекстных задач, рассматривают развивающий потенциал теоремы, анализируют самостоятельную работу студентов в процессе изучения истории математики в педагогическом вузе, а также педагогические условия формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики.

Предлагаемое содержание представляет сочетание теоретического материала и практических наработок авторов.

Монография состоит из семи глав.

Первая глава «Моральные ценности и образовательный потенциал математики» подготовлена Г. С. Микаеляном, вторая глава «Использование потенциала математических задач для развития мышления учащихся» – В. А. Тестовым, третья глава «Реализация развивающего потенциала теоремы (на материале школьного курса математики)» – Л. Г. Шестаковой, четвертая глава «Самостоятельная работа студентов в процессе изучения истории математики в педагогическом вузе» – Е. В. Протасовой и Е. Г. Сенчук, пятая глава «Модель реализации педагогических условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в интерактивной образовательной среде» – Т. В. Рихтер, шестая глава «Основные этапы решения контекстных задач» – Н. А. Рыбалко, седьмая глава «Подготовка будущего учителя математики к созданию творческой среды» – О. С. Чашечниковой.

Списки используемой литературы для удобства восприятия приводятся в конце каждого параграфа.

Думается, что коллективная монография будет интересна педагогам средней и высшей школы, аспирантам, студентам.

ГЛАВА 1. МОРАЛЬНЫЕ ЦЕННОСТИ И ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ МАТЕМАТИКИ

MORAL VALUES AND EDUCATIONAL POTENTIAL OF MATHEMATICS

УДК 37.0

Микаелян Гамлет Суренович
Армянский государственный педагогический университет имени Х. Абовяна
h.s.mikaelian@gmail.ru, Ереван, Армения
Mikaelian Hamlet Surenovich
Armenian state pedagogical universit after Kh. Abovyan
vanjv@mail.ru, Yerevan, Armenia

> *Просвещенный разум облагораживает нравственные чувства: голова должна воспитывать сердце.*
>
> ***Фридрих Шиллер***

Аннотация. Работа посвящена выявлению потенциала процесса преподавания математики по формированию нравственных ценностей. Рассматриваются ценности добра, любви, справедливости и некоторых добродетелей. По каждой из указанных нравственных ценностей представляются имеющиеся подходы к их восприятию и намечаются некоторые пути их формирования посредством математического образования.

Abstract. The work reveals the potential of the process of teaching mathematics to form moral values. Values are considered to be kindness, love, justice, and some virtues. On the whole these values are considered from different standpoints, taking into account the cognitive potential of mathematical education build moral values.

Ключевые слова: математическое образование; моральные ценности; добро; любовь; справедливость; добродетель.

Keywords: mathematical education, moral values, love, justice, virtues.

ВВЕДЕНИЕ

Современные тенденции развития образования направлены на ценности. Сегодня преподавание учебных дисциплин общеобразовательной школы не только процесс накопления знаний и умений, но и формирование ценностей, ценностных ориентаций. В этом контексте математика обладает большим общеобразовательным потенциалом, она способна сказать свое веское слово при формировании ценностной системы учащихся.

Моральные ценности составляют важную часть ценностной системы личности, их формирование является одной из главных задач воспитания. Выполнение этой задачи в системе общеобразовательной школы в основном осуществляется в процессе преподавания литературы, истории и других гуманитарных дисциплин, где при необходимости можно обратиться к героям художественных произведений или историческим личностям, обладающим тем или иным моральным качеством. Математика не имеет возможности такого образного подхода. Тем не менее она обладает большим потенциалом формирования моральных ценностей. Настоящая работа первая в цикле посвященных решению этой проблемы работ автора (см. [14]), выходящая на русском языке.

1. ДОБРО И ЗЛО В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Я не знаю другого признака величия, как доброта.
Бетховен

1.1. Добро и зло

Добро – путь, ведущий к Богу, зло отдаляет человека от Бога. Добро проявляется с помощью преодоления чуждости, изолированности людей, с помощью установления взаимопонимания между ними, согласия, человечности. Добро распространяет любовь и сострадание, зло – вражду и насилие. Из сказанного следует важность добра, доброты для формирования духовно здорового, терпимого общества. А насколько образование и процесс преподавания математики, в частности, способствуют укоренению ростков добра и предотвращению процесса прорастания семян зла?

Благо – это ценность, приносящая пользу человеку, зло – ценность, приносящая людям вред [5]. А. Швейцер называет благом всё то, что служит сохранению и развитию жизни, а зло, наоборот, препятствует развитию жизни, разрушает ее [24].

Благо могут доставлять как человеческие действия, так и вещи, явления. Как благо, так и зло имеют относительный характер. Помощь, оказанная одному из враждующих противников, – для него благо, а для его соперника – зло. Солнечное летнее небо – благо для отдыхающего у побережья моря и зло для крестьянина, ждущего дождя для своего урожая. Таким образом, одно и то же явление с одной точки зрения может быть благом, а с другой – злом.

Из блага надо выделить добро – моральное благо или моральное добро, а из зла – моральное зло. Добро – это благо, сделанное людьми, такого рода их действия, которые приносят благо другим людям, а зло приносит зло. С моральной точки зрения добро – бескорыстная помощь, за которую человек не ожидает вознаграждения. Ф. Бэкон считает, что добро легко прощает обиды, так как дух его выше оскорблений и не может потерпеть от них урона, оно признательно за малые дары, так как ценит душу, а не имущество [6].

Для добра характерны толерантность, доброжелательность, уважение, сострадание, благодарность, отсутствие зависти, злопамятства, злобы, мстительности, злобности. Для зла же характерны насилие, принуждение, давление, нетолерантность, недоброжелательность, зависть, ненависть, неблагодарность, злопамятность, мстительность. В более мягкой форме зло проявляется в упрямстве, суровости, неприветливости, высокомерии.

Существуют разные мнения о том, каким по природе является человек: добрым или злым. Философы – просветители считали, что человек рождается добрым, а обстоятельства делают его злым. По мнению Ж. Руссо, человек по своему характеру злым его делает только общество. Ф. Ницше, наоборот, характеризовал человека как злое животное [14]. И. Кант тоже считал, что человек от природы зол и склонен к совершению зла [8].

Есть и другие взгляды на природу добра и зла. Но во всех этих подходах преобладает идея знания, формирования и развития добра с помощью воспитания. И народная пословица гласит: следуй добрым людям, и ты станешь добрым, то есть моральное качество добра во многом связано с образованием. Роль образования в формировании доброты подчеркивает также Ф. Ларошфуко. По его мнению, глупый не может быть хорошим, потому что для этого его мозг мал [10]. И. Кант также считает, что в человеке есть предпосылки добра и цель воспитания – развитие этих предпосылок, чтобы они могли иметь власть над человеческой склонностью ко злу [8].

1.2. Добро и математическое образование

Образование – в целом величайшее благо: оно, прежде всего, основной путь к духовному богатству, формированию положительных ценностей, так как позволяет общаться с культурным наследием человечества, с ценностями, вооружиться ими, что создаёт широкие возможности и намерения для творения блага.

Математическое образование – благо в качестве неотъемлемой части образования. Оно – благо со своим прикладным значением в роли формирования и развития мышления, интеллекта учащихся и в других функциях [19].

В 1956 году в Женеве состоялась международная конференция, посвящённая математическому образованию, которая приняла «Рекомендации конференции министрам национального образования о преподавании математики в средней школе». Вот одна из ее рекомендаций: «Математическое образование – это благо, право которого имеет каждое человеческое существо – независимо от национальности, пола, статуса и занятия» [21].

Право учащегося на математическое образование осуществляется через общее образование. И когда для кого-то образование доступно формально, но становится недоступным по содержанию, то оно становится злом: учащийся сидит на уроке, но не участвует в процессе. Чем ему заниматься? Заниматься чем-то посторонним учитель не позволяет. Фактически целый час ученик должен идти против своих желаний; не сравнимы ли здесь отношения ученика и учителя с отношениями заключенного надзирателя? Последние, очевидно, не любят друг друга. Вот и ученик не любит и эту учебную дисциплину, и своего учителя, в его душе возникают зависть и другие пороки, рождающие зло.

Такие проявления особенно специфичны для процесса обучения математике. Математическое образование вследствие плохой организации может стать причиной формирования зла. Ведь не каждому дано понимать суть сложных математических формул и решать сложные математические задачи. Почему-то преобладает мнение, будто целью математического урока является изучение математики, и если учитель успел научить своих учеников математическим формулам, то он считает свое дело сделанным. Однако не всем учащимся доступно такое усвоение. Большая часть школьников остается за бортом процесса обучения. Учителя математики забывают о двух вещах: 1) математическое образование – это ОБРАЗОВАНИЕ на основе курса математики общеобразовательной школы, содержание которого никак не ограничивается только математикой, 2) математическое образование предназначено ДЛЯ ВСЕХ учеников и каждый из них имеет право его получить, а учитель обязан дать ему такую возможность. Как осуществлять высказанные идеи – тема отдельного разговора, однако очевидно, что при их соблюдении можно свести к минимуму отрицательные тенденции формирования зла, отмеченные выше.

Формирование добра в процессе математического образования тесно связано с истиной, ведь говорил же Ф. Бэкон, что «<…> поиск истины, то есть любовь и забота к ней, знание об истинности, то есть ее присутствие, и вера в истину, то есть получение удовольствия от нее, составляют наивысшее благо человеческого характера» [6]. А школьный математический материал в основном соприкасается с истиной. Более того, обучение математике в общеобразовательной школе – это процесс поиска истины, а математические знания, полученные в этом процессе, – неопровержимые истины (по крайней мере, так воспринимается общественностью), которые вместе с тем являются несомненными источниками веры.

Как отмечалось выше, добро – это бескорыстная помощь. Помогать кому-то означает поощрять, правильно оценивать, способствовать, содействовать, освобождать от бед, спасать [1]. В процессе обучения все это может проявляться прежде всего со стороны учителя. Необходимость таких проявлений особо чувствуется в процессе обучения математике. Все ученики нуждаются в правильном оценивании, а в поощрении, в поддержке и в помощи особенно нуждаются ученики, не отличающиеся своими математическими способностями. Даже одно поощрительное слово, сказанное учителем при решении простого упражнения, может втягивать такого ученика в процесс обучения.

Организации такой помощи содействуют также межпредметные связи: в процессе обучения математике можно применить воспитательный потенциал других дисциплин. Вот пример из моего опыта преподавания. Один из учеников 8-го класса, который не блистал математическими способностями и никоим образом не мог быть вовлечен в процесс обучения математике, проявил некоторый интерес к географии и показал знания по этой дисциплине. Я решил использовать это и дал ему математическую задачу географического характера (таких задач очень много в учебнике [13]), с которой он прекрасно справился. После нескольких таких попыток ученик начал с охотой участвовать в работе на уроках математики и впоследствии достиг определенных успехов.

Преподавание математики позволяет организовать активную взаимопомощь учащихся, что может способствовать формированию качества добра: у одного ученика с помощью оказания бескорыстной помощи, а у другого – выражением чувства благодарности. Такие возможности дают решения разных упражнений и задач, математические задания, относящиеся к теоремам и их доказательствам.

Приведу такой пример. В частную школу «Сасун Микаелян» набор осуществлялся из числа учеников других школ. Эти ученики часто не удовлетворяли требованиям нашей школы, но принимались условно: в дальнейшем (в течение одного – двух месяцев) устранялись недостатки; в противном случае учащиеся прощались со школой. Одного из них, которого я никак не мог вовлечь в процесс обучения математике, собирались исключить из школы. Но ученик приспособился к классу, приобрёл друзей, с которыми не хотел расставаться. Да и друзья не хотели расставаться с ним, и поэтому они обратились ко мне с просьбой оставить его в классе. Я назначил своё условие: оставлю ученика в классе ещё на месяц, и если он за это время не улучшит свои математические показатели, то будет удален из школы. Друзья согласились и начали работать с этим учеником. Они даже не осознали серьезности дела. В это время изучаемый материал по алгебре был основан на элементах логики, которые изучались в предыдущем классе и которые не очень хорошо были усвоены учениками в прежних своих школах. Школьники были вынуждены обращаться к моей помощи. Конечно, я охотно помогал. После моих объяснений дети стали лучше понимать внутреннюю связь алгебраических тем. Поняли они также, что алгебра логики является важным источником формирования мышления, без которого невозможно глубоко постичь алгебраический материал. И самое главное: была создана рабочая среда, атмосфера, пропитанная большим интересом к математике. Результаты получились очень хорошие, но не для того ученика, благодаря кому был начат этот процесс. За один месяц ученик не смог достичь ощутимых результатов: пройденный материал играет большую роль в математике для дальнейшего обучения, а пропущенный был значительным, и за короткое время его восполнение было невозможным. Но я был благодарен этому ученику и, конечно, оставил его в школе. В будущем он с моей помощью и помощью своих друзей также достиг успехов. Правда, эти успехи были очень скромными, но то, что мне и, конечно, классу удалось получить с его помощью, было довольно значимым.

Взаимопомощь может формировать также такие признаки добра, как доброжелательность и уважение, без которых трудно осуществить эту самую взаимопомощь.

В процессе преподавания математики гораздо труднее осуществлять формирование такого признака, характеризующего добро, как толерантность. Прежде всего, учитель может реализовать это посредством своего отношения к ошибкам, допущенным учениками. Процесс обучения математике всегда сопровождается риском допущения ошибки. Без ошибок часто невозможно найти правильное решение математической задачи. В будущем и наша жизнь поставит перед нами задачи, решение которых не может быть найдено при страхе ошибаться. Как отметил Л. Толстой, для честной жизни также необходимо ошибаться [22]. Таким образом, ошибаться – вполне оправданное действие с моральной и методической точек зрения, а нетерпимость к нему – признак зарождения зла. Поэтому надо терпеть неправильные подходы и мысли ученика.

Нетерпимость учителя может проявиться также в случае запоздалого ответа на заданный вопрос. Это может быть результатом медленного мышления ученика. Надо также помнить, что задержанный ответ может быть также взвешенным ответом, который уже достоин поощрения. А во многих случаях, ответы на математические вопросы получаются именно в результате долгих поисков и обдумываний. Следовательно, с психологической и методологической точек зрения, задержанные ответы на вопрос не могут считаться неверными. С нравственных позиций проявление нетерпимости в подобных случаях – признак зла.

Неуважительное отношение учителя к ученику с незаметными математическими способностями также признак зла. Здесь добро требует проявлять только сострадание и помощь.

Поведение учителя должно быть свободно также от таких признаков зла, как злопамятность, подавление чужой воли, принуждение, недоброжелательность, давление, ненависть, мстительность.

Преподавание математики чревато опасностью формирования таких качеств, порождающих зло, как высокомерие и зависть. Эти качества возникают тогда, когда обучение математике превращается в показуху математических умений учеников или в состязание между нами. При подобной организации преподавания математики у неспособных учеников могут возникать зависть к способным ученикам и ненависть к предмету и к учителю, а у способных и у прогрессирующих учеников может появиться высокомерие. Оба качества являются признаками, рождающими зло.

К формированию качества добра можно привлечь также использование отдельных специфических математических материалов. Приведенный здесь материал, в частности – задачи с некоторым нравственным оттенком, также дают возможность учителю поговорить о добре и зле. Вот подобная задача, содержащаяся в теме «Алгебраические выражения» [11].

Где бы вы поставили запятую?

а) любить не надо ненавидеть;
б) шагать не надо бегать;
в) есть не надо похудеть;
г) выстрелить не надо прощать.

Такую прекрасную возможность предоставляют задачи раздела, посвященного алгебре логики. Вот пример такого упражнения из учебника алгебры [13].

Истинно или ложно суждение?

а) друг моего друга – мой друг;
б) враг моего врага – мой враг;
в) что посеешь, то и пожнёшь;
г) каждый человек имеет друга.

2. ЛЮБОВЬ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Любовь не может быть самоцелью, иначе она теряет всякий смысл.
Мать Тереза

2.1. Любовь

Любовь – одна из основных ценностей, регулирующих человеческую жизнь, сосуществование между людьми, дающее им смысл. Любовь – средство избавления от одиночества и стремление к сближению и объединению. Любовь является источником поэтических вдохновений, где она, в основном, выступает как чувство к противоположному полу. Однако чувство любви проявляется и по отношению к природе, к произведениям искусства и вообще к прекрасному.

Чувство любви формируется в семейной, дружеской, общественной, религиозной и других средах. В формировании ценности любви велика роль общеобразовательной школы, где основными средствами выступают литература, история и другие гуманитарные дисциплины. Но и математика, как, видимо, все негуманитарные дисциплины, имеет значительный потенциал формирования ценности любви.

Чувству любви предшествуют влечение, симпатия. Противоположное любви чувство – ненависть. Предметом любви могут быть человек – мать, учитель, товарищ, любимая девушка, материальный объект – дом, автомобиль, произведения искусства – музыка, скульптура, картина, литературное произведение, явления природы – заходящее солнце, звучание ручейка, отдельные проявления морального поведения, научная закономерность, его открытие, родина, страна, город, школа, семья и, конечно, Бог – высший предмет любви для верующего.

Видимо, основой чувства любви является та гармония, которая проявляется между внутренним миром человека и предметом любви. Одна песня может нравиться одному, другая – другому, девушка может одному парню нравиться, а другому не нравиться, одну из учебных дисциплин любят одни ученики, другую дисциплину – другие. Причина этого – разность внутренних духовных миров, ценностных систем и ценностных ориентаций. Гармония между внутренним миром человека и воздействующим на него объектом делает приятным встречу с этим объектом, человек начинает любить этот объект. Известный математик П. С. Александров считал, что если человек, слушая песню, хочет еще раз ее послушать, то он любит эту песню.

Таким образом, чувство любви «требует» встречи с предметом любви. Это будет осуществляться через слушание в случае песни или музыки, через созерцание в случае произведения изобразительного искусства, через рукопожатие, объятие, поцелуй в случае встречи с любимым человеком. Чувство любви проявляется в деятельности. Подобными действиями могут быть профессиональная деятельность, осуществление склонностей или занятие хобби, игра, чтение, путешествие, посещение культурных мероприятий, удовлетворение различных потребностей.

2.2. Любовь и математическое образование

А как связаны математика и любовь? Какие качества, ценности и признаки математической науки могут порождать чувство любви к ней? Первое – это красота математики. Математические объекты связаны между собой невидимыми узами, они переплетаются с исключительной разнообразностью, глубиной и силой и образуют неповторимую по красоте и величию архитектуру. Математика содержит в себе такие гармонии, которые созвучны с гармониями природных предметов и явлений. По своим формам эти математические гармонии не обладают цветовыми, звуковыми или другими качествами чувственного восприятия, и, следовательно, в этом случае неуместно говорить о таких проявлениях красоты и направленных на них чувствах любви, которые свойственны природным предметам и явлениям. Однако математические гармонии выражают внутреннюю связь предметов и явлений и обладают большим звучанием. Математика исследует одну из важнейших идей, лежащих в основе гармонии, – симметрию, ее многообразные виды, проявления и свойства – и тем самым позволяет вникать в самые разнообразные проявления прекрасного и видеть их. Более того, математике в виде одного из ее разделов – теории групп – удается описать и количественно оценить симметрии (и, соответственно, гармонии) разнообразных объектов.

Следует отметить, что прекрасное, лежащее в математической структуре, не обладая чувственными проявлениями, не сразу замечается: оно как бы скрыто в глубине предмета или явления и его обнаружение требует определенных знаний и усилий. И это волевое действие, как отмечает известный психолог Г. Айзенк, является признаком прекрасного и усиливает, делает более значительной любовь к математическому объекту [3].

«Здание» математики, будучи творением виртуальным, тем не менее, еще и крепко связано с природой. Более того, как гениально заметил Галилей, «золотая книга природы написана языком математики». Таким образом, математика – источник красоты и вместе с тем инструмент для познания природы, выявления ее закономерностей, т.е. инструмент познания истины. Истина и красота – вот два источника любви к математике. Любовь к красоте математики кажется вполне естественной, как и любовь ко всему прекрасному. А любовь к истине, в основном, обусловлена естественной потребностью, интересом человека к познанию. Постоянное наличие истины, поиск всевозможных путей ее обнаружения делают атмосферу математической деятельности желанной и любимой.

Как сама математика, так и математическое образование тесно связаны с любовью. Они позволяют углубляться во многие современные специальности, любить их. Но такая любовь для учащегося может проявиться только в будущем. А как же любовь к школьной математике, к процессу ее преподавания? И здесь основными резервами являются истина и красота – основные источники притягивания математики, из которых учитель может черпать то чувство любви, которым наполняет сердце своего ученика.

Чтобы проявилось это чувство любви, учитель должен каждый раз показывать красоту математических объектов, их связей и закономерностей. Таких возможностей в курсе математики общеобразовательной школы более чем достаточно. Вместе с тем процесс преподавания математики можно организовать таким образом, чтобы в нем удовлетворялась потребность учащегося к познанию истины и выявлялась красота рассматриваемых математических объектов. Мой школьный учитель, уважаемый Анушаван, обладал особенным преподавательским даром. Однажды, зайдя в класс, он провел на доске две параллельные линии, на нижней из них отметил отрезок, а на верхней взял две точки и соединил их с концами отрезка – получилось два треугольника. «Какой из них обладает большей площадью?» – спросил уважаемый Анушаван. Пока мы думали над задачей, он на верхней прямой взял другую точку, лежащую в значительной степени ближе к краю доски, и соединил ее опять с концами отрезка. Получился новый треугольник, который был очень «растянутым», но «узким», и нам никак не удавалось сравнить его с прежними треугольниками. Не получив нужного ответа от нас, уважаемый Анушаван вытер доску и объявил тему нового урока: «Формула площади треугольника». После объяснения урока он опять вытер доску, выделил формулу $S = 0{,}5ah$ о площади треугольника на ее краю, снова провел свои параллельные линии с отрезком, точками и треугольниками и повторил свой вопрос. Кажущееся невозможным сравнение становилось очевидным благодаря простой математической формуле. Читая уже в наших глазах решение поставленной задачи, наш учитель вдохновенно сказал: «Вот сила математики». Потом он положил мел на край доски, вытер руки и вышел из класса, хотя звонка еще не было. А мы на этот раз не выбежали из класса, как обычно делали после ухода учителя.

Другой мой школьный учитель, уважаемый Ваграм, перед началом изучения теоремы Пифагора привел нас на небольшой прямоугольный школьный участок, предложил двум ученикам, начиная с угла участка, начать двигаться по его сторонам и измерять пройденный путь. Сам же, с загадочной улыбкой на лице, сообщал расстояние между учениками после каждого такого измерения и никогда не ошибался.

Конечно, мы были удивлены, а уважаемый Ваграм после своих экспериментов проводил нас в класс и после объявления о том, что сейчас он раскроет секреты своего «волшебства», на доске написал тему нашего урока: «Теорема Пифагора» – и раскрыл тайну самой прекрасной геометрической сокровищницы.

А вот и пример из моего опыта. Много лет назад в созданной мною частной школе я преподавал алгебру и параллельно с построением языка алгебры проводил его сравнение с арифметическим языком, его возможностями. Это позволило учащимся лучше понять возможности алгебры, вызвало интерес к ней. После ввода понятия неизвестного в теме «Азбука алгебры» я обычно задавал такой вопрос: «Как вы думаете, сколько денег у меня?» Так как учащиеся уже были знакомы с понятием неизвестного, то нужный мне ответ вроде «У Вас x рублей» я получал. На вопрос же «Сколько денег у вас?» ответы были разными, но с конкретными числами. Здесь я проводил первую параллель между алгеброй и арифметикой: то, что мы знаем, сколько денег у нас, – это арифметика, а то, что мы знаем, сколько денег у других, – это уже алгебра. Конечно, преимущество алгебры здесь кажется очевидным, но оно имеет некоторый виртуальный характер, и приведенное сравнение не производит особенного впечатления на учеников. Следующее сравнение алгебры и арифметики я проводил в рамках изучения сложения (и других операций) в курсе алгебры и привел такое рассуждение: арифметика позволяет найти сумму известных величин, а прибегая к алгебре, можно найти сумму неизвестных величин. Например, если у одного ученика x рублей, у другого – y рублей, то у них вместе будет $x + y$ рублей. Интерес к этому новому сравнению как будто немного возрастает, тем не менее скептицизм остается, так как из алгебраической операции сложения как будто нет никакой пользы. Тогда я попытался убедить учеников в том, что указанная и другие алгебраические операции с неизвестными – не фокус и не магия, а действия, направленные на познание истины и решение повседневных задач, в чем мы неоднократно убедимся впоследствии. А для окончательного убеждения учащихся я привел одну из развлекательных задач прекрасного армянского математика 7-го века Ананиа Ширакаци. Для этой цели хорошо подходят первые три его развлекательные задачи – храхчанакани [25]. Вот третий храхчанакан Ширакаци:

«Скажи другу твоему, что я могу узнать, сколько денег у него в кошельке. Если он скажет «попробуй», ты скажи ему: возьми количество своих денег, добавь столько же, удвой его, добавь еще раз заданное число и полученную сумму опять удвой. Когда он закончит свой вычисления и сообщит тебе результат, раздели его на десять. Полученное число и будет количеством денег в его кошельке».

Если обозначим сумму в кошельке через x, то условия задачи ведут к вычислению выражения $(2(x + x) + x):10$. Но очевидно, что это выражение равно x, т.е. Ширакаци в скрытой форме требовал другу сообщать именно число x.

В этом случае учащиеся уже чувствуют силу и очарование алгебры. Именно в этот момент я рассказал об алгебре, подчеркивая, что она возникла после Ширакаци, и если решение арифметических задач во времена Ширакаци являлось уделом отдельных лиц, то эти и намного более сложные и нерешаемые средствами арифметики задачи сегодня могут решать школьники, и это благодаря алгебре. Мне показалось, что все это изменило к лучшему отношение учащихся к алгебре, а для увлеченных ею учеников она стала еще любимее.

Проявлению и формированию моральной ценности любви способствуют отдельные темы математики, особенно материалы из алгебры логики. Вот несколько подобных задач из учебника [12].

Укажите значение «переменной», для которой суждение истинно, и значение, для которого оно ложно:

- девушка любит свою мать;
- он любит родину;
- ученик любит алгебру;
- он мой любимый писатель;
- Л. Толстой – мой любимый писатель.

Истинно или ложно суждение:

- каждый человек любит своих родителей;
- каждый ученик любит учебу;
- каждый ученик не любит школу;
- есть ученики, которые не любят школу;
- Каждый человек любит работать.
- Каждый человек любит свою родину.

Определите истинностное значение суждения:

- если любить кого-то, то и он будет любить тебя;
- если ненавидеть кого-то, то и он будет ненавидеть тебя;
- если любишь кого-то, то он не может ненавидеть тебя;
- я люблю того, кого любит мой любимый;
- я ненавижу того, кого ненавидит моя любимая и т. д.

Подобные упражнения создают живой интерес к алгебре, придают новую окраску учебному процессу. В учебниках [11 – 13] много подобных задач. При таком подходе нет неуспевающих. Атмосфера урока математики наполняется новыми красками, среди которых не последнее место отводится нравственной ценности любви.

Уроки математики, формирующие любовь ученика к этой науке, являются в то же время и проявлениями любви учителя к ученику. Они также наполняют сердца учеников сокровенным чувством любви к своему учителю.

3. ФОРМИРОВАНИЕ НРАВСТВЕННОЙ ЦЕННОСТИ СПРАВЕДЛИВОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Оценивая мирские дела, благородный муж ничего не отвергает и ничего не одобряет, а все меряет справедливостью.

Конфуций

Всему свойственна своя справедливость.

Квинтилиан

3.1. О справедливости

Моральная ценность справедливости выступает одним из основных принципов нравственности в процессе обучения. Вместе с тем следует отметить, что самым уязвимым моральным дефектом учителя считается несправедливость, несправедливое его отношение к ученику, которое никогда не будет прощен о последним. Отметим еще, что как личные моральные качества учителя, так и само обучение каждой учебной дисциплине могут воздействовать на формирование нравственной ценности справедливости. Справедливость – это один из основных моральных принципов распределения ценностей между людьми и группами людей. Справедлив тот, кто следует законам и на добро отвечает добротой. Во все времена считалось справедливостью то, что приносит благо (см. [7]). Аристотель полагал, что справедливость является величайшей из добродетелей и как бы обусловливает другие добродетели, дает им направление (см. [4]).

Известный современный философ Джон Ролз считает справедливость первой добродетелью социальных институтов [17]. Из этого следует важность роли справедливости и в организации учебного процесса. Вместе с тем образование отличается от других социальных институтов тем, что оно призвано воспитывать будущих граждан, формировать в них моральные ценности, и в частности – ценность справедливости.

Общепринято разделение понятия справедливости на два вида – распределительная и уравнительная, или переместительная. Распределительная справедливость связана с распределением материальных (имущество, богатство) и духовных (честь, награды, оценки, звания и т.д.) ценностей. В данном случае справедливость состоит в том, что распределение производится в соответствии с заслугами. Уравнительная, или переместительная справедливость связана с обменом: здесь не учитываются достоинства сторон и стороны уравниваются [7].

3.2. Справедливость и математическое образование

и уникальным потенциалом формирования указанной ценности, что может быть объяснено глубокой связью истины со справедливостью: ведь истинное действие всегда считается справедливым, а математику, ее преподавание можно рассматривать как процесс выявления истины. Обращаясь к проблеме формирования справедливости в процессе преподавания математики, отметим, что утверждение или отрицание математических суждений и заключений не только основывается на законах и принципах логического мышления, но и воспринимаются своими моральными стандартами справедливости. Не случайно, что в любом акте правосудия проводится доказательство (вины или невиновности). А математические доказательства служат как бы эталонами или идеалами безупречности и считаются в этом смысле справедливыми. И не только это: математика дает и указывает пути построения правильной (справедливой) речи. Следовательно, обучение математике, с ее возможностями формирования логического обоснования и доказательства мысли, способствует и формированию моральной ценности справедливости. И здесь общеизвестна роль аксиоматического метода и курса школьной геометрии – исторически единственной дисциплины, излагаемой на основе этого метода.

Однако на основе аксиоматического метода можно успешно излагать также и школьный курс алгебры. Такое изложение проведено в учебниках [11 – 13]. Об особенностях преподавания и возникающих здесь методических проблемах написано достаточно, защищена диссертация (см. [15]). Однако все это сделано на армянском языке и недоступно широкому кругу специалистов. Отметим здесь только то, что геометрические понятия и факты основываются на понятии непрерывности, что вызывает определенные трудности при изложении курса аксиоматическим методом, а алгебра связана с дискретными объектами, и применение здесь аксиоматического метода более прозрачно и доступно. Это в равной мере относится как к изложению алгебраического материала, так и к осуществлению его многосторонних практических применений.

Добавим еще, что параллельное применение аксиоматического метода в обеих математических дисциплинах средней школы делает их изложение вполне естественным. В отличие от геометрии, в курсе алгебры возможно применение генценовских доказательств в виде дерева, что дает новые подходы и возможности для осмысления и усвоения механизмов доказательства. О важности задачи осуществления такого применения в общеобразовательном курсе математики написала И. Л. Тимофеева в 2004 году [20]. Однако автор не знал об опыте Армении, где с 1998 года не только была решена эта задача, но и осуществлялась разработка методики преподавания соответствующих тем и внедрения этих разработок в практику в виде их применения и включения в учебники общеобразовательной школы [20]. Отметим, что в доказательствах указанного типа само доказательство представляется в виде дерева, в котором каждый шаг показывает вывод некоторой формулы доказательства из другой или других формул, а напротив этого шага указывается его обоснование – закон, правило или теорема, согласно которым этот шаг верен. Данная процедура позволяет ввести в лексикон учащегося такой важный компонент, как обоснование доказательства. Оно применяется также во многих задачах с требованием вида «провести обоснование доказательства».

Многое в процессе преподавания математики связано с понятием равенства, что позволяет хорошо осмыслить и лучше понять как суть самой справедливости, так и ее частный вид – уравнительную справедливость. В самом деле, как отмечалось выше, последний тип справедливости осуществляется при обмене, а здесь отношение возможностей людей подчиняется трем основным законам отношения равенства – рефлексивности, симметричности и транзитивности.

Кажутся справедливыми законы и свойства, связывающие основные свойства равенства с алгебраическими операциями. Например, если к равным количествам прибавить одинаковое количество, получим равные количества, т.е. если a, b, c произвольные выражения и $a = b$, то $a + c = b + c$. То же самое верно и для операций вычитания, умножения и деления.

Аналогичная «справедливость» имеет место и для неравенств. Здесь при сложении и вычитании ситуация совершенно аналогична. Однако при умножении и делении она немного сложнее. В самом деле, утверждение о том, что при умножении на положительное число большее из двух чисел становится больше, всем кажется естественным и справедливым. Но вот то, что при умножении на отрицательное число большее число становится меньшим, воспринимается не сразу и не кажется справедливым. Это утверждение требует нравственного «обоснования» с позиций справедливости. Тут можно прибегать к математическому обоснованию: если $a > b$ *и* $c < 0$, *то* $-c > 0$ и $(-c) \cdot a > (-c) \cdot b$, т.е. $-ca > -cb$. С математической точки зрения такое безупречное доказательство указанного свойства представляется не вполне убедительным с нравственных позиций. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, ученик воспринимает операцию умножения так, как указывает слово «умножение» в русском языке, которое как будто означает «сделать больше». Но вот он умножает число 100 на 0,5 и получает 50, т.е. число меньше, чем данное. Это первое противоречие морального характера (с позиций справедливости), с которым сталкивается ученик в связи с понятием умножения, и, к сожалению, учителя обходят его без должного внимания. И вот новое моральное «противоречие» в виде странного свойства умножения неравенств на отрицательное число.

Обязательного морального объяснения или «оправдания» требует и свойство неравенств о том, что при умножении отрицательных чисел получаем положительное число. Здесь математически безупречное доказательство вида цепочки формул $a < 0$, $b < 0$, $-a > 0$, $-b > 0$, $(-a)(-b) > 0$, $ab > 0$ не совсем убедительно для подростка, и для достижения поставленной цели нужно прибегать к имеющимся интересным интерпретациям знака «минус» или противоположного числа.

Необходимо провести серьезные нравственные «обоснования» при рассмотрении отдельных тем алгебры логики. Типичным примером здесь служит рассмотрение истинностных значений для импликации. Таблица истинности этой связки такова:

Условие	A	истина	истина	ложь	ложь
Следствие	B	истина	ложь	истина	ложь
Заключение	$A \Rightarrow B$	истина	ложь	истина	истина

Здесь учащиеся легко воспринимают первые два столбца, и истинность формулы «истина ⇒ истина», так же как и ложность формулы «истина ⇒ ложь» не вызывает сомнений. Однако восприятие двух других столбцов связано с нравственным «оправданием». (Здесь неуместна естественная и с математической точки зрения безупречная ссылка на указанную таблицу). В своей практике для подобного «оправдания» я использую пример следующего характера: ваш друг просит у вас в долг некоторую сумму, и вы говорите ему: «Если отец даст мне деньги, то я тебе дам в долг». Выполняете ли вы свое обещание, если:

а) ваш отец дает деньги, и вы даете в долг;

б) ваш отец дает деньги, и вы не даете в долг;

в) ваш отец не дает деньги, и вы даете в долг;

г) ваш отец не дает деньги, и вы не даете в долг.

Как отмечалось выше, первые два случая легко объяснимы. Последние два соответствуют формулам «ложь ⇒ истина» и «ложь ⇒ ложь». Нетрудно здесь убедить учеников, что и в случае г) ученик не врет. А для обоснования случая в) я задаю такой вопрос: ученик не получил денег от отца, но тем не менее давал в долг другу; имеем ли мы основание считать его лжецом? Конечно, ученики не дают положительного ответа на этот вопрос, но после они уже готовы и на нравственное восприятие этого случая.

Отметим еще, что велика возможность нравственного воспитания посредством прикладных задач школьного курса математики.

3.3. Распределительная и уравнительная справедливости в процессе преподавания математики

Сначала выясним, как проявляются распределительная и уравнительная виды справедливости в процессе образования. Согласно распределительному принципу справедливости, распределение образовательных ценностей осуществляется по достоинству: более способный и потому более достойный ученик больше и получает. Этот вид справедливости проявляется, когда речь идет о сообщении нового урока, решении задач, оценке знаний, при которой ученик, отвечающий лучше, получает лучшую оценку.

Как уже отмечалось, нарушение справедливости, т.е. несправедливость в нравственности учителя, воспринимается учениками очень болезненно, и если оно частично проявляется при распределительной справедливости, то при уравнительной справедливости выражается в полном объеме. Последнее означает равенство прав учеников при получении образования. Несомненно, ученики с разными способностями не могут получать одинаковые знания. Но вместе с тем не секрет, что большинство учителей сосредоточивают свое внимание на способных и имеющих наклонности к данному учебному предмету учениках, в то время как остальные учащиеся остаются без внимания и, по сути, не участвуют в процессе обучения. Таким образом выявляется некоторое противоречие между распределительным и уравнительным видами справедливости: ассигнования государства общеобразовательной школе осуществляются по количеству учеников, т.е. распределение проводится без учета личных качеств учащихся, и мы здесь имеем уравнительный вид справедливости. Однако на самом деле распределение знаний в процессе обучения происходит с учетом личных качеств, т.е. имеет место распределительный вид справедливости.

Конечно, противоречие прежде всего результат несовершенности формы организации учебного процесса, где осуществляется совместное обучение учеников с разными способностями. Но пока существует такая система образования, надо думать, как в условиях этой системы совместить распределительный и уравнительный виды справедливости. Появление музыкальных, физико-математических и некоторых других типов школ с разными уклонами, создание углубленных классов и обучение в рамках старшей школы направлены на решение данной задачи. Но пока эти меры не решают проблему и вопрос остается открытым.

Заметим, что многие считают естественным указанное противоречие между двумя видами справедливостей (распределительный вид – более способный ученик получает больше, уравнительный вид – возможности всех учеников должны быть равными). Они считают, что так и должно быть в системе образования, так как часть учащихся, не обладая соответствующими, например математическими, способностями, не должна получать и соответствующие знания. Это ошибочное мнение является следствием неправильного понимания целей и задач включения той или другой учебной дисциплины в систему образования.

В одной из школ учитель выразил мнение о том, что не все ученики имеют предпосылки для обучения математике, как и не всем даны предпосылки для нормальной игры на пианино, и как бы ни старался такой человек, он не сможет овладеть искусством игры на этом изумительном музыкальном инструменте. Что здесь можно сказать?

Конечно, верно рассуждение этого учителя относительно пианино и математики. Но, в отличие от пианино, математика обладает огромным образовательным потенциалом, что и послужило основанием для включения ее в школьные программы. Но, как отмечалось выше, цель преподавания математики – не обучение математике, а осуществление образования учащегося средствами этой дисциплины исходя из ее образовательного потенциала. Еще раз можно подчеркнуть, что указанное образование предназначено для всех учеников. Уместно привести здесь следующие параллели:

- математика – школьная дисциплина «математика»;
- спорт – школьная дисциплина «физкультура».

Спорт подчеркивает те пределы физических возможностей человека, для которых требуются физические данные, способности, что дано не каждому. Физическая же культура предназначена для физического развития и здоровья человека, для чего используются и различные виды спорта, т.е. физическая культура – это учебная дисциплина, предназначенная для совершенствования человеческого тела, как и спорт. Очевидно, эта дисциплина в корне отличается от спорта как по содержанию, так и по назначению и форме осуществления. Нетрудно представить вред, нанесенный учащимся при замене учебной дисциплины «Физкультура» на спорт.

Аналогичным образом математическая деятельность требует высокого уровня логического мышления, что свойственно не каждому. Так как одной из основных целей образовательного процесса является духовное развитие учащихся (в частности, развитие мышления) и математическая деятельность способствует развитию логического мышления, то преподавание этой дисциплины осуществляет и такую функцию. Однако если образование посредством математики заменить лишь математической деятельностью, то это будет не по зубам для большинства учащихся и мы получим картину, аналогичную с занятиями спортом вместо физкультуры. В таком случае учебный процесс не будет служить своему назначению и также будет нарушен принцип справедливости, а точнее – его уравнительный компонент.

3.4. Принципы Джона Ролза о справедливости и математическое образование

Известный современный американский философ, основоположник либерально-государственной концепции внутреннего и международного права Джон Ролз в знаменитой книге «Теория справедливости» обусловливает осуществление справедливости следующими двумя принципами (см [17]):

1) каждый человек должен обладать равным правом в отношении наиболее обширной системы равных основных свобод, совместимой с подобными свободами для всех остальных людей;

2) социальные и экономические неравенства должны быть организованы таким образом, чтобы а) от них можно было бы разумно ожидать преимуществ для всех, б) доступ к положениям и должностям был открыт всем (цитируется по [7]).

Видимо, важнейшей из свобод является интеллектуальная свобода, позволяющая каждому чувствовать себя человеком – разумным существом, которая обусловлена образованием. Современное общество, общественные отношения требуют от человека высокого уровня интеллекта. В условиях научно-технического прогресса в такой области самовыражения, как работа, во многих случаях без высокого уровня интеллекта невозможно осуществлять деятельность. Математическое образование своим большим потенциалом формирования мышления и других психических ценностей способствует развитию интеллекта.

Что касается второго признака Ролза, то, действительно, не в каждом случае равенство предпочтительно. Например, если в социально-экономической области равенство получается за счет ограничения экономической активности, то это приводит к ухудшению жизненного уровня людей и не может считаться благом. И наоборот, неравенство в плане прогрессивных налогов, когда становится возможным получать высокие налоги от богатых, можно считать справедливым – следовательно, будет справедливым, если провести такое неравное распределение, которое приносит пользу обществу (см. [7, 17]).

И в сфере образования ограничение и уравнивание возможностей не позволило бы иметь лучших специалистов, ученых, деятелей искусства – людей, знания и умения которых, полученные во время учебы, позволили сделать научные и технические открытия, создать подлинные произведения искусства, что является благом для всех.

Поощрение активности способных учеников может содействовать и повышению эффективности процесса обучения. Именно такая активность и продвигает вперед учебный процесс при его организации методом сотрудничества и групповыми методами. Благодаря такой активности учеников, учитель с их помощью может получать дополнительную информацию из различных источников (Интернет, энциклопедии, художественная и научно-популярная литература и т.д.), создавать хорошую рабочую атмосферу.

3.5. Справедливость, право и обязанность

Одно из основных нравственных предназначений справедливости – уважать права и человеческое достоинство другого, не допускать ущемления чужого как в моральном, так и в материальном плане. Такие ущемления могут быть выражены доставлением другому: скорби, оскорблений, тревоги, унижения, подозрительности, клеветы, перекладыванием собственных забот на другого, взятием на себя чужих забот и многими другими средствами.

В процессе обучения могут проявляться все эти виды несправедливости. Одно только явление списывания может стать причиной подозрительности, клеветы, оскорбления, тревоги, страдания и т.д. Оно также сводится к перекладыванию собственных забот на другого или взятию на себя чужих забот. Здесь надо вспомнить, что, следуя принципу справедливости, нельзя допускать и несправедливости к себе как со стороны другого, так и самому: «Никакое участие к другому, никакое сострадание по отношению к нему не могут налагать на меня обязательства терпеть от него обиды, т.е. подвергаться несправедливости» (см. [26, 7]).

Подсказывание в учебном процессе не только сопровождается всеми выше перечисленными проявлениями несправедливости, но и препятствует овладению учебным материалом: ученик перестает думать над предложенным вопросом, в результате не присходит формирования собственного взгляда. Есть еще и нравственная сторона вопроса – это несправедливость, так как игнорируется человеческое достоинство.

Если справедливость по отношению к другому предполагает выполнение своих обязанностей, то справедливость по отношению к самому себе требует защиты собственных прав. Несопротивление несправедливости против самого себя можно рассматривать как содействие злу. Подобная ситуация возникает при переписывании домашнего задания. Это явление не только мешает освоению, пониманию учебного материала, но и представляет несправедливость совершенную против самого себя.

Существует особый вид обязательства, нарушение которого называется двойной несправедливостью. Двойная несправедливость происходит, когда кто-то не только не выполняет своих обязательств, но и нарушает их, наносит вред именно в том, что ему предписано сберегать по обязанности. А. Шопенгауэр приводит следующие примеры двойной несправедливости: телохранитель осуществляет убийство или помогает убить того, кого он охраняет; опекун приписывает себе собственность опекаемого; адвокат играет на руку противной стороны; судья идет на подкуп и т. д. (см. [7, 26]).

Двойная несправедливость часто проявляется в учебном процессе, особенно в процессе преподавания математики, где (как было указано выше) часть учеников остается за бортом процесса обучения. Вот как оценивает подобную ситуацию известный педагог Ш. Амонашвили: «Духовный мир ученика подобен храму, и его заброшение равносильно педагогическому преступлению» (см. [2]). Подобные действия являются также двойными несправедливостями, допущенными учителем по отношению к учащемуся, по следующей причине.

Сторона, организующая образовательный процесс (государство, организация или частное лицо), как уже отмечалось выше, финансирует этот процесс, исходя из числа учащихся. Это означает, что каждый студент получает финансирование и учитель, поступив на службу, должен уделять и выделять часть времени и внимания именно этому ученику. И если учитель какого-то ученика удерживает в центре своего внимания: постоянно спрашивает урок, вызывает к доске и т.д., а другому ученику не позволяет участвовать в учебном процессе, то подобными действиями он не только отстраняет последнего ученика от своих прав, но и порождает в нем ненависть к образовательным ценностям. Вот и получается двойная несправедливость, или педагогическое преступление, по Амонашвили.

Подобные действия учителя особенно присущи процессу преподавания математики и быстро приводят к «результату». В самом деле, изложение материала на уроках математики проводится в строгой логической последовательности, что предполагает привлечение старого, уже пройденного учебного материала, и незнание старого может стать причиной непонимания нового, т.е. для понимания математического материала ученику нужно постоянно быть в курсе дел.

4. ДОБРОДЕТЕЛЬ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

> Друг мой – ты добр, красив ты, добродетельный.
> **Дживани**

4.1. Добродетель

Для создания идеального образа друга поэт, несомненно, имеет право и должен приписывать ему высокие моральные качества. Но я не думаю, что выбранное для этой цели поэтом и гусаном Армении начала двадцатого века качество добродетели, также не было распространённой ценностью общества того времени. Слово «добродетель» сегодня выпало из нашего лексикона, и такого морального качества, кажется, не существует для общества.

Что такое добродетель? Нужно ли человеку, гражданину, члену общества это моральное качество? Что надо сделать, чтобы человек стал добродетельным? Аристотель, И. Кант и другие философы считают, что добродетельность не дается человеку от рождения, а получается с помощью сознательных и целенаправленных усилий (см. [4, 8]). И здесь большую роль играет образование, в частности процесс преподавания математики.

«Добродетель», по гречески – «arte», означает «совершенство», в латыни для слова «добродетель» используется слово «virtu», что означает «мужественный», «храбрый» (в его основе лежит слово «vir» «мужчина»). В период Ренессанса значение слова «virtu» приближалось к греческому слову «добродетель»: «virtuozo» – искусствовед, достигший совершенства в своей работе.

В настоящее время термин «добродетель» имеет два значения: С одной стороны, он используется в качестве эквивалента морали. С этой точки зрения выражения «добродетельный человек» и «моральный человек» имеют одинаковый смысл. В этом смысле и использовал Дживани термин «добродетель» для выражения своего этического подхода. Как эквиваленты используются также термины «аморальный» и «порочный». С этой точки зрения И. Кант описывает добродетель как «образ мысли, направленный к точному выполнению своего долга» (см. [9]).

С другой стороны, под добродетелью понимают конкретное положительное моральное качество, противоположное явление которому – порок. Добродетелями в этом смысле являются честность, справедливость, искренность, сострадание, великодушие, мужество, щедрость и т.д. Пороками – противоположные им явления: нечестность, несправедливость, лицемерие, безжалостность, малодушие, трусость, жадность и т.п. Человек может быть добродетельным по одному из этих моральных качеств и порочным – по другому. Он может быть честным, но трусливым, храбрым и нечестным, искренним, но скупым, щедрым и несправедливым и т.д.

Если добродетельность, как эквивалент моральности, является общим показателем характера человека, то в роли конкретного морального качества она выступает как узкое личностное качество. Этот второй подход позволяет более детально изучать человеческую мораль, ее противоречия, более эффективно осуществлять задачи морального воспитания.

Первое учение про добродетель развил Аристотель (см. [4]). Он рассматривал добродетель как золотую середину между двумя крайними пороками – обилием и недостаточностью. Так, храбрость перед опасностью является серединой безумия и трусости, щедрость по отношению к материальным благам

– середина расточительности и скупости, правдивость – середина хвастовства и лицемерия, остроумие – середина шутовства и грубости, дружелюбие - середина неуживчивости и драчливости, стыдливость – середина бесстыдства и робости и т.д.

В истории этики выделяются две основные группы добродетелей: «кардинальные» добродетели Древней Греции – умеренность, храбрость, мудрость, справедливость – и «теологические» добродетели христианства – надежда, вера и любовь (см. [7]). В. С. Соловьев в основу добродетели ставит три качества: стыд, сострадание, благочестие. Стыд отражает отношение человека к своей природной сущности: человек стыдится того, что она имеет власть над ним, и того, что он подчиняется ей. Сострадание отражает отношение людей к другим людям и выражается в том, что человек переживает страдания других, показывает свою солидарность с ними. Человек не может стыдиться Бога, он не может сочувствовать ему, но может ему поклониться, показывая свое благочестие (см. [7, 18]).

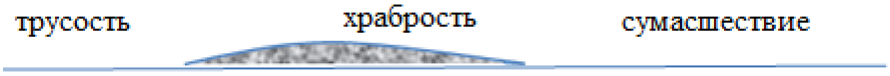
Известный американский политический деятель восемнадцатого века, писатель и ученый Б. Франклин, фото которого изображёно на стодолларовой купюре США, считал, что основным признаком качества жизни является успех и потому добродетельность надо измерять, исходя из ее полезности для достижения успеха (см. [23]). В соответствии с этой точкой зрения он выделяет следующие три основные добродетели: трудолюбие, выполнение финансовых обязательств, бережливость.

4.2. Добродетели по Аристотелю и математическое образование

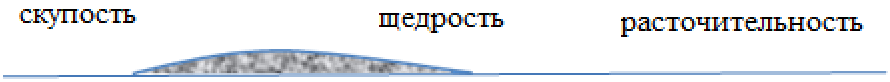
Если следовать учению Аристотеля, то математическое образование, вероятно, способствует формированию добродетели, потому что оно даёт возможность человеку правильно оценивать ситуацию, свои возможности, удаляет от крайностей, делает его умеренным. Если же обратиться к конкретным добродетелям, то математическое образование может иметь различное значение в решении задач из формирования. Здесь мы в большей части уделим внимание не конкретным добродетелям, а их верхним и нижним крайностям, роли математического образования в их формировании. Такой подход позволит учителю держаться подальше от ненужных крайностей или от опасностей формирования пороков в процессе обучения математике.

Нам кажется, что процесс преподавания математики способствует формированию чувства опасности в оценивании ситуаций, своих возможностей в них и возможных последствий, что ведет к принятию взвешенных решений и помогает избежать излишней эмоциональности в опасной ситуации. Эти качества позволяют человеку, получившему математическое образование, быть осторожным, держаться подальше от безумия и безрассудства.

В то же время удаление от повседневных событий и контактов долговременных занятий математикой может вызвать чувство страха перед опасностью. Поэтому не следует сильно надеяться, что человек, получивший математическое образование, будет проявлять мужество и храбрость.



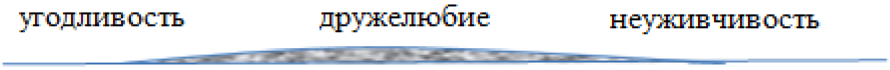
Выполнение расчетов, способности к составлению планов, необычные взаимоотношения воображаемого и реального, проявление взвешенных подходов, отсутствие излишней чувствительности – вот качества, формированию и развитию которых способствует математическое образование и которые в то же время не способствуют проявлению щедрости. Следовательно, надо полагать, что математическое образование больше способствует формированию скупости в отношении к финансовым затратам, чем расточительности. Как правило, человек, получивший такое образование, меньше склонен к щедрости.



Знание математики увеличивает значимость человека в глазах окружающих. Следовательно, можно ожидать, что математическое образование подтолкнет человека к хвастливости. В то же время важность роли математического образования в формировании ценностей истинности может удерживать людей с таким образованием от лицемерия. Следовательно, математическое образование должно подтолкнуть к правдивости, а это качество также толкает человека к хвастливости.

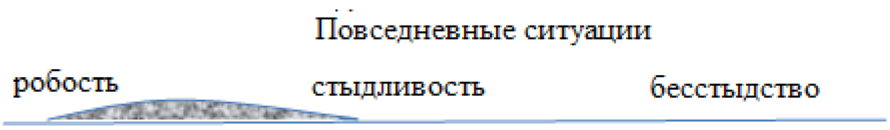
Процесс обучения математике формирует чёткое мышление, что способствует достижению согласия и гармонии в отношениях с другими людьми и, следовательно, уменьшает возможность проявления неуживчивости. В то же время этот процесс, добавляя веру к интеллектуальному потенциалу, увеличивает чувство собственного достоинства, которое может препятствовать лести и угодливости.

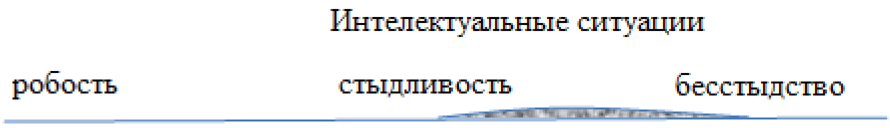
Таким образом, математическое образование формирует качество дружелюбия, лежащее между неуживчивостью и лестью. Хорошее знание математики может также вызвать чувство высокомерия, что не способствует формированию качества дружелюбия. Формированию этого качества может препятствовать также необходимая для приобретения математических знаний и навыков индивидуальная длительная работа, которая требует изолированности.



Математическое образование может способствовать завершению начатого дела, планированию новых начинаний. Всё это придает человеку уверенность в своих силах, что, в свою очередь, исключает робость. Большая уверенность в подобной деятельности может иногда исключать проявление стыда. Однако чрезмерное увлечение математикой может отдалять учащегося от повседневных контактов, что может привести к проявлению робости.

Что касается бесстыдства, то оно может проявляться из-за высокомерия – качества, которое имеет потенциал формирования в результате математического образования. Таким образом, математическое образование, как правило, не способствует формированию добродетели стыдливости и может иметь двойное проявление: в повседневных ситуациях, оно приводит к низкой крайности стыдливости – робости, а в ситуациях, связанных с интеллектуальной, деятельностью – к формированию верхней крайности стыдливости – бесстыдству (здесь более уместно использовать понятие нескромности).





4.3. «Кардинальные» добродетели и математическое образование

Как уже упоминалось, кардинальными добродетелями Древней Греции являются умеренность, храбрость, мудрость и справедливость. Каков влияние математического образования на процесс формирования этих моральных качеств у учащихся?

Умеренность в действиях и в поступках – качество, связанное со способностью быть умеренным. Согласно [1], «умеренный» означает:

а) в необходимой мере, необходимом количестве;

б) не приводящий к крайностям, сохраняющий среднюю меру, сохраняющий приличный порядок или меру;

в) средний, скромный, достаточный;

г) не кардинальный, не требующий кардинальных изменений.

а) Для проявления умеренности в первом значении прежде всего необходимо иметь чувство меры, способность оценивания по необходимой мере. Что касается чувства меры, то оно формируется в результате соответствующего жизненного опыта. А вот умение оценивать нужную меру связано с мышлением, с воображением и с другими психическими явлениями, в формировании которых важна роль процесса преподавания математики. Следовательно, процесс обучения математике способствует формированию такого качества, как умеренность.

б) Влияние математического образования на формирование умеренности во втором значении мы попытались отразить в следующей таблице:

В повседневных ситуациях	Ниже среднего, иногда достигающая крайности
В профессиональной деятельности	Сохраняющая среднюю меру; подходы, не приводящие к крайностям
В интеллектуальной деятельности	Выше средней меры, иногда достигающая крайности

в) Умеренность в третьем значении близка к значению б).

г) Математическое образование формирует и развивает такие навыки, которые не требуют кардинальных изменений или действий.

Согласно [1], храбрость – это качество, выражающееся в возможности быть храбрым, т. е. смелым, дерзким, бесстрашным, неустрашимым. В то же время храбрость – бурное стремление к новому, красивому, возвышенному.

Математическому образованию свойственны замкнутость, длительная работа с виртуальными понятиями, что держит учащегося вдали от повседневных ситуаций и не позволяет проявить храбрость в решении возникших проблем.

В то же время практическая значимость математического образования, его огромная роль в формировании мышления, воображения и других психических качеств могут способствовать тому, чтобы человек стал бесстрашным, смелым, дерзким и храбрым в интеллектуальной и профессиональной деятельности, особенно когда речь идёт о профессиях, связанных с применением математики.

Математическое образование в значительной степени способствует новым открытиям, особенно если это новое связано с математическим знанием. Следовательно, такое образование может придать человеку смелость, храбрость в стремлении к новому, к его раскрытию.

Мудрость, согласно [1], означает:

а) быть мудрым;

б) глубокое знание явлений, ситуаций, их понимание;

в) содержательное слово, мысль, пословица, сочинение;

г) глубокая познаваемость, гений.

Мудрость как добродетель мы рассмотрим только с позиций а) и б).

Соотношение математического образования с формированием мудрости, на наш взгляд, отражается в следующей таблице, в первом столбике которой даны значения слова «мудрый» по [1], а во втором столбце – влияние преподавания математики на формирование соответствующего качества.

Одарённый большими интеллектуальными способностями, очень умный	Способствует в значительной степени
С жизненным опытом и глубоким пониманием жизни	Не способствует
Говорящий мудрые вещи	Способствует
Умелый, ловкий	Способствует частично
Сведущий, ученый, философ	Способствует

б) Глубокое знание, восприятие событий, явлений. В основе многих явлений лежат какие-то математические закономерности, и без применения математики невозможно изучать и глубоко понимать их. Таковы явления, рассматриваемые в физике и в других естественных науках.

а) Глубокое изучение и знание любых других явлений требует наличия мышления, воображения и других умственных качеств, чему в значительной степени способствует процесс обучения математике. Следовательно, математическое влияет на формирование и развитие человеческой мудрости, понимаемой и в этом смысле.

Роль математического образования в формировании такой добродетели, как справедливость, подробно обсуждалась в разделе, посвященном этой ценности. Здесь мы лишь добавим, что во все времена и во всех ситуациях истинное решение любой задачи считалось справедливым. Поэтому нахождение справедливого решения связано с ценностью истинности, особенно со знанием логических структур достижения истины.

Принимая во внимание огромную и незаменимую роль математического образования в формировании ценности истины, можно с уверенностью сказать, что математическое образование в значительной степени способствует, более того направлено на формирование и открытие такого морального качества, как справедливость.

Список литературы

1. Агаян, Э. Толковый словарь армянского языка. Т. 1, 2 [Текст] / Э. Агаян. – Ереван: Айастан, 1976. – 1616 с.
2. Амонашвили, Ш. А. Как живете, дети? [Текст] / Ш. А. Амонашвили. – М.: Просвещение, 1991. – 175 с.
3. Айзенк, Г. Проверьте свои способности [Текст] / Г. Айзенк. – М.: Лань,1995. – 160 с.
4. Аристотель. Никомахова этика. Сочинения. Т. 4 [Текст] / Аристотель. – М.: Мысль, 1984.
5. Балашов, Л. Е. Этика [Текст] / Л. Е. Балашов. – М.: Дашков и К, 2008. – 216 с.
6. Бэкон, Ф. Сочинения. Т. 2 [Текст] / Ф. Бекон. – М.: Мысль, 1978. – 576 с.
7. Гусейнов, А. А. Этика [Текст] / А. А. Гусейнов, Р. Г. Апресян. – М.: Гардарики, 2007. – 478 с.
8. Кант, И. Сочинения. Т. 4(1) [Текст] / И. Кант. – М., Мысль, 1965. – 544 с.
9. Кант, И. Трактаты и письма [Текст] / И. Кант. – М.: Наука, 1980. – 712 с.
10. Ларошфуко, Ф. Мемуары. Максимы [Текст] / Ф. Ларошфуко. – Л.: Наука, 1971. – 154 с.
11. Микаелян, Г. С. Алгебра-7 [Текст]: учебник средней школы РА (на армянском языке) / Г. С. Микаелян. – Ереван: Эдит Принт, 2006. – 304 с.
12. Микаелян, Г. С. Алгебра-8 [Текст]: учебник средней школы РА (на армянском языке) / Г. С. Микаелян. – Ереван: Эдит Принт, 2007. – 304 с.
13. Микаелян, Г. С. Алгебра-9 [Текст]: учебник средней школы РА (на армянском языке) / Г. С. Микаелян. – Ереван: Эдит Принт, 2008. – 304 с.
14. Микаелян, Г. С. Моральные ценности и образовательный потенциал математики (на армянском языке) [Текст] / Г. С. Микаелян. – Ереван: Эдит Принт, 2011. – 184 с.
15. Микаелян, Г. С. Проблемы обучения алгебре (на армянском языке) [Текст] / Г. С. Микаелян. – Ереван, Эдит Принт, 2003. – 186 с.
16. Ницще, Ф. Сочинения. Т. 2 [Текст] / Ф. Ницще. – М.: Мысль, 1990. – 524 с.
17. Ролз, Дж. Теория справедливости [Текст] / Дж. Ролз. – Новосибирск: НГУ, 1995. – 486 с.
18. Соловев, В. С. Оправдание добра [Текст] / В. С. Соловьев. – М.: Алгоритм, 2012. – 656 с.
19. Стандарты дисциплин «Математика» общеобразовательной школы РА [Текст] // Математика в школе (на арм. языке). – 2005. – № 3 – 4.
20. Тимофеева, И. Л. Как устроено доказательство? [Текст] / И. Л. Тимофеева // Математика в школе. 2004. № 8. – С. 74 – 81.
21. Тихомиров, В. М. О значении математики и целях математического образования [Текст] / В. М. Тихомиров // Математика в школе. – 2007. – № 4.
22. Толстой, Л. Н. Исповедь. В чем моя вера [Текст] / Л. Н. Толстой // Полн. собр. соч. Т. 90. – М., 1957.
23. Франклин, Б. Избранные сочинения [Текст] / Б. Франклин. – М.: Гос. изд. политической литературы, 1956. – 632 с.

24. Швейцер, А. Благоговение перед жизнью [Текст] / А. Швейцер. – М.: Прогресс, 1992. – 574 с.

25. Ширакаци, А. Избранные труды (на армянском языке) [Текст] / А. Швейцер. – Ереван: Советакан грох, 1979. – 400 с.

26. Шопенгауер, А. Афоризмы житейской мудрости [Текст] / А. Шопенгауер. – М.: Азбука-классика, 2007. – 256 с.

УДК 372.851

Глава 2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ

USE OF POTENTIAL OF MATHEMATICAL TASKS FOR DEVELOPMENT OF THINKING OF PUPILS

Тестов Владимир Афанасьевич
Вологодский государственный университет
vladafan@inbox.ru , Вологда, Россия

Testov Vladimir Afanasjevich
Vologda State University
vladafan@inbox.ru , Vologda, Russia

Аннотация. В статье рассматриваются особенности развития математического мышления. Выделены основные схемы математического мышления и рассмотрены способы их усвоения в процессе математической деятельности. Эти способы основаны на решении учащимися нестандартных задач разных типов.

Abstract. The paper discusses the features of the development of mathematical thinking. The main schemes of mathematical thinking are allocated and ways of their assimilation in the course of mathematical activity are considered. These methods are based on the pupil’s solution of non-standard tasks of different types.

Ключевые слова: математическое мышление; схемы мышления; развитие мышления; решение задач; нестандартные задачи.

Keywords: mathematical thinking; schemes of thinking; development of thinking; solution of tasks; non-standard tasks.

На современном этапе развития математического образования, когда наряду с предметными результатами обучения планируется достижение метапредметных и личностных результатов, формирование универсальных учебных действий, компетенций, создающих условия для развития умения учиться у каждого из обучающихся, становится совершенно очевидной необходимость раскрытия развивающего потенциала математического образования.

Современная постановка целей математического образования перекликается с более ранними мыслями многих математиков, педагогов и психологов. Так, Г. В. Дорофеев, говоря о задачах школьного математического образования, писал: «На первый план выходит задача интеллектуального развития, включающего, в частности, способности человека к усвоению новых знаний, к самостоятельному поиску и усвоению новой информации» [3].

Давно было замечено, что эффективность и качество обучения математике определяются не только глубиной и прочностью знаний, умений и навыков, которыми овладевают учащиеся, но и уровнем их математического развития, степенью подготовки к самостоятельному овладению знаниями. Сами по себе математические знания и умения, без умения использовать их в новых нестандартных ситуациях, без готовности к самостоятельному решению новых учебных проблем, не обязательно из области математики, еще не определяют уровень умственного развития человека. Математическое развитие личности невозможно без адекватного содержания математического образования. В понятие «содержание образования» входит две стороны, две компоненты: информационная и познавательная.

Так, по мнению В. В. Давыдова, знание следует рассматривать, с одной стороны, как результат мыслительных действий, а с другой – как процесс получения этого результата. Следовательно, вполне допустимо термином «знания» одновременно обозначать и результат мышления (отражение действительности), и процесс его получения (т.е. мыслительные действия). И. С. Якиманская писала о том, что для усвоения должны задаваться две системы знаний. Знания первого рода включают в себя научные сведения о предметах, фактах, явлениях в их связях и отношениях. В знаниях второго рода зафиксированы путь и методы получения этих знаний учеником. Известный дидакт И. Я. Лернер указывал, что, кроме усвоения знаний о терминах и понятиях, фактах, законах и теориях, школьники должны усваивать и методологические знания. Последние включают в себя знания о методах, процессе и истории познания, о конкретных методах науки, о различных способах деятельности.

Таким образом, математическое знание может трактоваться как результат и как процесс получения этого результата. Для математического развития наибольшее значение имеет именно процесс получения результата.

Как отмечал А. И. Маркушевич, «нет сомнения, что ознакомление с математическими фактами, разбор и усвоение математических теорем, выведение формул, решение значительного количества упражнений развивают способности человека и оказывают известное влияние на формирование его личности. Однако этими средствами, особенно средствами традиционными, к которым многие школы привыкли, задача математического развития и воспитания в той мере, в какой это требуется в современных условиях, в современном обществе, обеспечена быть не может» [7].

Поэтому одна из центральных задач – определение таких видов познавательной деятельности, усвоение которых эффективно влияет на развитие. По мнению Н. Ф. Талызиной, результаты исследований говорят о том, что одно из главных требований к этим видам деятельности – их опора не на частные знания, а на такие, которые составляют основу значительных разделов изучаемых предметов, являются *инвариантными*. Формирование таких видов познавательной деятельности фактически и есть путь для обеспечения обучаемых познавательными способностями. Нас будут интересовать специфические виды математической познавательной деятельности.

Во всех случаях при организации усвоения видов познавательной деятельности необходимо опираться на деятельностную теорию усвоения, заложенную трудами П. Я. Гальперина. Согласно этой теории, знания всегда являются элементами тех или иных видов деятельности, действий человека. Поэтому достижение необходимого развивающего эффекта обучения возможно на базе реализации деятельностного подхода, который предполагает усвоение учащимися содержания обучения в процессе собственной активной деятельности, направленной на приобретение теоретических знаний о предмете обучения и общих приемов решения связанных с ними задач.

В силу этого при обучении любому предмету, в том числе и математике, должна быть, как указывает Н. Ф. Талызина, не только программа предметных знаний, но и программа тех действий (умений), которые учащиеся используют в качестве средств усвоения этих знаний, т.е. обучение должно одновременно обеспечить усвоение и этих действий, и этих знаний. Для реализации функции развития учащихся, как отмечала З. И. Слепкань, необходимо сформировать общие и специфические для математики умственные действия и приемы, для чего нужна целенаправленная систематическая работа по формированию у учащихся операционных структур мышления на ведущем программном материале.

О. Б. Епишева также делает вывод о том, что для достижения поставленной цели в содержание обучения наряду с системой знаний необходимо включать адекватную ей систему наиболее рациональных способов (приемов) приобретения и применения этих знаний [4].

Необходимо учить учащихся применять, использовать свои знания, т.е. организовывать свою умственную математическую деятельность. Формирование этой деятельности является одной из основных задач обучения.

Таким образом, для обеспечения математического развития у школьников и студентов должны быть сформированы не только понятия и представления об основных математических структурах, теоремах, формулах, которые являются прежде всего системами хранения знаний. Необходимо сформировать и когнитивные структуры (схемы) математического мышления, которые представляют собой определенные качества мышления, являющиеся прежде всего средствами, методами познания, а значит, и средствами, методами получения математических знаний учеником. Такого сорта структуры Ж. Пиаже называл операциями второго порядка, или операциями над операциями, к которым он относил комбинаторные и логические операции. Такие структуры играют особую роль для исследовательской активности в области математики, а значит, и для развивающего обучения. Для них более удачным, на наш взгляд, является термин «*схемы мышления*», использованный У. Нейссером, поскольку этот термин лучше отражает суть этого вида структур. Поэтому такие когнитивные структуры будем называть *схемами математического мышления*. [9]

К ним мы относим логические, алгоритмические, комбинаторные и образно-геометрические когнитивные структуры. Именно они являются в первую очередь средством познания, обеспечивают линию качественных изменений в функционировании интеллекта.

Все эти структуры обладают универсальностью (независимостью их использования от конкретного математического материала) и имеют большое значение не только для обучения, но и для математического творчества. Достаточно вспомнить широкое распространение в различных областях современной математики комбинаторных и геометрических методов. Значение каждого из отмеченных видов структур для развития математического мышления, математических способностей уже давно было замечено педагогами-математиками и подтверждено многочисленными исследованиями.

При обучении могут быть два пути усвоения схем математического мышления: стихийный и управляемый. В первом случае схемы мышления не выступают как специальные предметы усвоения, их становление идет лишь по ходу усвоения знаний, в процессе решения задач, где они занимают место средств и поэтому зачастую не осознаются. В этом случае процесс формирования схем (методов) математического мышления растягивается во времени и далеко не всегда приводит к желаемому результату. При втором пути схемы мышления выступают как предметы специального усвоения. В силу управления процесс их формирования сокращается во времени и приводит к более эффективному усвоению.

Процесс формирования схем математического мышления не единовременен, он состоит из отдельных этапов. Организация формирования схем математического мышления должна учитывать возрастные особенности учащихся, закономерности развития у них мыслительных процессов. Необходимо создание своеобразных ступеней изучения таких схем. На каждой такой ступени должны быть реализованы определенные этапы формирования конкретной схемы.

Таким образом, из деятельностной теории вытекает, что в любом развивающем обучении приоритет должна получить не традиционная передача готовых знаний, не формирование любых математических структур, а формирование именно схем (средств, методов) математического мышления, математической деятельности. Эти специфические схемы математического мышления мы рассмотрим подробнее.

Под ***логическими схемами*** мышления (или логическим мышлением) будем понимать такие когнитивные структуры, такие средства познания, которые позволяют делать из верных посылок (суждений, утверждений) правильные выводы, находить правильные следствия из имеющихся фактов. Логические схемы проявляются в четкой расчлененности и последовательности рассуждений, в использовании в рассуждениях законов формальной логики, различных логических таблиц, аналогичных таблицам истинности, в конструировании целого из заданных частей с заданными свойствами, в использовании приема доказательства «от противного», в обращении к контрпримеру и другим приемам доказательства.

Как отметил А. А. Столяр, «проблема введения элементов логики в обучение математике состоит не в том, чтобы изучать специально и обособленно логику, а в том, чтобы необходимые элементы логики стали неотъемлемой частью самого преподавания математики, важным вспомогательным инструментом, повышающим его эффективность и влияние на логическое развитие учащихся» [8]. Более того, специальные исследования показали, что кратковременное обучение логическим понятиям не дает заметного эффекта. Такой эффект можно достичь, если обучение логическим понятиям проводить в течение продолжительного времени, когда эти понятия органически вплетены в курс математики.

Под ***алгоритмическими схемами*** мышления (алгоритмическим мышлением) мы будем понимать такие когнитивные структуры, которые позволяют не только применять известные алгоритмы и методы, но и планировать некоторые действия, приводящие к желаемому результату, т.е. строить некий алгоритм, и доводить до конца намеченный план решения задачи, выполняя конечную цепочку элементарных преобразований.

Как отмечал А. А. Столяр, формулировка и применение алгоритмов связаны с умением четко формулировать правила и строго придерживаться их. Это умение – одно из качеств математического мышления – важно для каждого человека [8]. Мы вслед за А. А. Столяром к алгоритмическому мышлению наряду с другими компонентами относим умение формулировать и строить алгоритмы.

Как отмечают многие ученые-педагоги, освоение понятия алгоритма начинается уже в начальной школе и формирование алгоритмического мышления у младших школьников в настоящее время является одной из важных задач. В качестве типичного примера задачи для начальной школы с использованием алгоритмических схем мышления является старинная задача про волка, козу и капусту, которых надо переправить через реку.

Имеется, на наш взгляд, определенное соответствие между алгоритмическим мышлением и таким видом теоретического мышления, как внутреннее планирование действий, выделенное В. В. Давыдовым. В частности, в качестве основного средства для изучения развития внутреннего плана действий в процессе обучения школьников Р. А. Атахановым использовались алгоритмические задачи, т.е. проверялось развитие именно алгоритмического мышления. Результаты исследований показывают, что алгоритмические схемы мышления неустойчивы во времени, что они требуют тренировки, поэтому единовременное их формирование неэффективно [1].

Понятие ***комбинаторных схем*** (структур) не имеет четко очерченных границ. Впервые термин «комбинаторный» в том смысле, в котором мы его употребляем сегодня, по-видимому, использовал Г. Лейбниц в «Диссертации о комбинаторном искусстве». В последующих работах Г. Лейбниц, как отмечает один из крупнейших специалистов в комбинаторном анализе Дж. Пойа, все больше и больше расширял сферу применения комбинаторики и даже стал рассматривать комбинаторику как половину общего Искусства Изобретения, эта половина относится к синтезу, в то время как другая – к анализу.

В современной математике под комбинаторикой понимается раздел, посвященный решению задач выбора и расположения элементов некоторого конечного множества в соответствии с заданными правилами. По другому определению, комбинаторная математика в современном понимании рассматривает задачи на существование, эффективное построение, перечисление и оптимизацию объектов, зависящих от сравнительно большого числа дискретных переменных. В последнее время возможности перебора объектов резко повысились в связи с развитием компьютерной техники, что обусловило рост комбинаторных исследований в различных областях математики.

В математике как учебном предмете содержание раздела, посвященного комбинаторике, традиционно было достаточно узким. Во многих школьных учебниках и книгах для учителей отмечается, что комбинаторика занимается подсчетом числа всевозможных соединений (комбинаций) того или иного вида. Чаще всего рассматривались комбинации трех видов (размещения, сочетания, перестановки) и приводились формулы для подсчета их количества. В современных условиях становится очевидной недостаточность такого традиционного школьного понимания предмета комбинаторики.

Весь опыт преподавания в школе элементов комбинаторики свидетельствует о необходимости постепенного и систематического привнесения в их число новых элементов, прежде всего через задачи. Комбинаторные схемы мышления используются при решении не только задач по комбинаторике, но и многих других математических задач. К комбинаторным схемам может быть отнесен и такой часто используемый в математике прием, как принцип Дирихле (хотя он может быть отнесен и к логическим схемам, поскольку в нем используется прием доказательства от противного).

Комбинаторные схемы тесно связаны с другими математическими структурами, особенно с порядковыми. Одной из основных задач комбинаторики, как известно, является образование упорядоченных множеств и подмножеств.

Имеется, на наш взгляд, некоторая аналогия между тремя рассмотренными видами математического мышления или математических схем и тремя видами теоретического мышления, выделенными В. В. Давыдовым (анализом, внутренним планом действий и рефлексией). Мы уже отмечали определенное соответствие между алгоритмическими схемами и внутренним планом действий. В уже упоминавшемся исследовании Р. А. Атаханова [1] было установлено, что уровень осуществления анализа представляет собой первый уровень теоретического мышления; второй уровень – это уровень осуществления планирования, он предполагает наличие анализа; третий уровень – это уровень осуществления рефлексии, он предполагает наличие также анализа и планирования.

Нечто подобное наблюдается и в соотношении между логическими, алгоритмическими и комбинаторными схемами. Так, для построения алгоритма необходимо прежде всего вычленить все частные случаи из некоторого общего положения, а такую способность мы относим к логическим схемам мышления, т.е. для формирования алгоритмических схем необходимо уже владеть некоторыми логическими схемами. Тесная связь логической и алгоритмической культуры неоднократно отмечалась рядом ученых. А для организации перебора (одной из главных комбинаторных задач) необходимо построить некоторый алгоритм, т.е. для формирования комбинаторных схем необходимо наличие некоторых логических и алгоритмических схем.

Некоторым особняком от трех рассмотренных видов схем стоят ***образно-геометрические*** схемы мышления. Образно-геометрические, в частности пространственные, структуры играют незаменимую роль в геометрическом воображении, геометрической интуиции. Эти схемы позволяют наглядно интерпретировать абстрактные математические объекты, выражения и отношения, оперировать наглядными схемами, образами и представлениями. Как отмечает в книге «Концепции современной математики» Ян Стюарт, большинство математиков мыслит не формулами, а образами. Картинки несут гораздо больше информации, чем слова. В течение многих лет школьников отучали пользоваться картинками, потому что они «не строгие». Это печальное недоразумение. Да, они не строгие, но они помогают думать, а такого рода помощью никогда не следует пренебрегать.

И. Ф. Шарыгин неоднократно отмечал, что геометрия – это прежде всего феномен общечеловеческой культуры, являющийся носителем собственного метода познания мира. Геометрическое мышление в своей основе является разновидностью образного, чувственного мышления, что функционально присуще правому полушарию головного мозга; по мере развития геометрического мышления происходит возрастание логической составляющей и соответственно роли левого полушария.

Роль зрительных образов в мышлении человека была сравнительно недавно осознана и учеными-психологами. В. П. Зинченко был введен специальный термин – «визуальное мышление». Методические основы использования средств развития визуального мышления при обучении математике были рассмотрены в докторской диссертации Н. А. Резник.

Сензитивным периодом для развития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12 – 13 лет. Исследования психологов показали, что представления о геометрических фигурах находятся в стадии прогрессивного развития до 15 лет. Поэтому образное мышление и его разновидность – пространственное мышление – целесообразно развивать у учащихся средней школы уже в V – VI классах.

Высшей ступенью развития геометрического воображения является пространственное мышление, оно характеризуется умением мысленно конструировать пространственные образы или схематические конструкции изучаемых объектов и выполнять над ними мысленные операции. Пространственное мышление, как показала в известном фундаментальном исследовании И. С. Якиманская, следует рассматривать как разновидность образного мышления. Она описала структуру пространственного мышления и разработала диагностику его развития.

Все выделенные схемы математического мышления обладают одной общей характерной чертой: их формирование возможно осуществить лишь в течение длительного времени, используя сензитивные возможности их развития в каждом возрастном периоде. Следует заметить, что, хотя комбинаторные операции рассматривались еще в некоторых работах Ж. Пиаже, проблема выделения различных видов схем математического мышления нуждается в дальнейших серьезных психологических исследованиях, в частности, отдельного рассмотрения заслуживают стохастические структуры.

Таким образом, из всех математических структур для стратегии обучения особое значение имеют логические, алгоритмические, комбинаторные, образно-геометрические (и, возможно, стохастические) структуры, представляющие собой определенные качества математического мышления, являющиеся схемами (методами) мышления, математической деятельности.

Как известно, мышление и любые способности существуют в развитии. Они не есть какое-то неизменное свойство человека, их формирование и развитие возможно только в деятельности. В современных условиях важно обеспечить перенос акцента в обучении на математическое развитие учащихся и обеспечение его гармоничности, т.е. органически взаимосвязанного и сбалансированного развития логического, алгоритмического, комбинаторного, пространственного, конструктивного, символического и других компонентов умственной деятельности. Развитие математического мышления – это прежде всего развитие различных типов мышления, различных схем мышления.

Развитию математического мышления посвящены работы Ю. М. Колягина, Э. Ж. Гингулиса, О. С. Медведевой и др. Как установлено этими авторами и как подтверждает наш опыт, в младшем и в подростковом возрасте наиболее эффективным способом развития математического мышления является решение школьниками системы некоторых специальным образом подобранных задач, в первую очередь нестандартных (поисковых).

Решение задач является основным видом математической деятельности, и поэтому в этой деятельности проявляются те специфические математические схемы (приемы, методы) мышления, о которых мы говорили выше. Нестандартные математические задачи в наименьшей степени связаны с конкретным математическим материалом, они требуют не столько знания каких-то отдельных математических фактов и частных методов, сколько универсальных приемов математического мышления. Поэтому при решении именно таких задач не только происходит развитие математических схем мышления, но и наиболее ярко проявляется степень их сформированности.

Как правильно отмечает М. И. Зайкин, математические задачи в большой мере пригодны для развития каждого из двух полушарий головного мозга. Они позволяют быстро и эффективно влиять как на образную, интуитивную составляющую мышления, так и на логическую и алгоритмическую его компоненту, совершенствовать мыслительные операции [5].

Не случайно в школе стало больше внимания уделяться решению арифметических задач. Потребовалось более двух десятилетий почти безраздельного господства в школе алгебры, чтобы преподаватели осознали: без арифметического фундамента обучение математике оказывается неэффективным.

Более того, по мнению М. И. Зайкина, система математических тренингов, соотнесенная с сензитивными периодами психического развития и выстроенная с учетом преемственности в изучении математического материала по этим периодам, может стать эффективным средством совершенствования всей постановки математического образования современных школьников.

Такие математические тренинги служат достижению основной цели преподавания математики в современных условиях – развитию мышления учащихся. Поэтому в той или иной форме они должны присутствовать в учебных планах и программах по крайней мере до достижения учащимися возраста 15 лет. Именно к 14 – 15 годам в полной мере обнаруживаются математические способности, хотя они могут проявиться немного раньше или позже.

В вузах также формирование и развитие творческой активности студентов будет эффективным, если решения предлагаемых задач будут осуществлены нетрадиционными, нестандартными способами.

Разными авторами предлагались различные классификации нестандартных развивающих задач. Наиболее известными типами таких задач являются логические, геометрические, комбинаторные, на переливание и взвешивание, арифметические и т.д. В частности, М. Гарднер [2] все задачи разделяет на 6 типов: комбинаторные, геометрические, логические, процедурные (алгоритмические), арифметические и словесные (лингвистические). При этом, что отмечает и сам М. Гарднер, данные категории задач не взаимоисключающие, они неизбежно перекрываются. Задачи последних двух типов имеют специфическое содержание и могут быть отнесены к комбинаторным и логическим задачам. Как наиболее универсальные, будем различать типы логических, алгоритмических, комбинаторных и геометрических задач. Таким образом, основные типы нестандартных задач полностью соответствуют типам схем математического мышления.

Экспериментальным путем многими педагогами-практиками установлен развивающий характер таких задач. Под руководством автора также проводились такие исследования. Группой преподавателей математических кафедр вологодского педуниверситета были разработаны программы развивающего обучения математике для 2 – 3-х и 5 – 7-х классов, которые, с одной стороны, включали в себя все опорные знания и умения обязательной программы и были рассчитаны на использование действовавших в то время массовых учебников. С другой стороны, эти программы содержали, главным образом, задачный материал и были в значительно большей степени, чем стандартная программа, ориентированы на развитие математического мышления учащихся.

Традиционные программы и учебники как для начальных, так и для средних классов страдали рядом существенных недостатков. В частности, упор в них делался на типовые задачи и мало внимания уделялось задачам, которые способствуют формированию различных видов схем математического мышления. При таком подходе учащиеся не получали достаточно материала для развития своих способностей. Не использовались также в должной мере сензитивные периоды для формирования и развития когнитивных математических структур (схем).

Основные задачи программ – формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету и развитие у них логических, комбинаторных, алгоритмических и образно-геометрических схем мышления. В связи с включением новых типов задач программа была дополнена некоторыми сведениями теоретического характера. В силу необходимости развития именно в этот период наглядно-образного мышления большое внимание в программе было уделено геометрическим вопросам. Эти вопросы было рекомендовано выделить в отдельный предмет, начиная с пятого класса. В основу изложения теоретического материала были положены наглядность, произведение опытов, наблюдение, разрезание, различные построения.

При подведении итогов экспериментальной работы учитывались результаты контрольных работ, тестирований и экзаменов. По всем этим показателям экспериментальные классы заметно превосходили контрольные. Явное превосходство экспериментальных классов над контрольными наблюдалось и по такому показателю, как участие в олимпиадах. Через полтора года после начала работы по экспериментальным программам в одной из школ проводилось тестирование школьников 13 лет по международным тестам математической подготовки. Экспериментальный класс существенно опередил контрольный по такой категории деятельности, в которой российские школьники отстали от школьников ряда западных стран, как решение задач (83% против 72% в контрольном классе и 67% в среднем по стране), т.е. в умениях рассуждать и анализировать, формулировать проблему, применять правильную стратегию решения. Результаты эксперимента достаточно убедительно свидетельствовали об эффективности предложенной программы обучения для формирования математических схем мышления.

В последующий период было создано несколько модификаций программы для различных типов учебных заведений. Расширенный вариант программы был разработан для вологодского естественно-математического лицея (6 – 11-е классы). Этот вариант программы включал в себя практикум по решению нестандартных задач. В этот практикум входили всевозможные задачи, которые решаются нестандартными способами. Содержание этих задач может относиться к любой теме изучаемых курсов, а также может быть не связано с ними (задачи на шахматной доске; задачи, использующие метод четности и нечетности; игры с кучками предметов; задачи на раскраску и т.п.).

Уже первые выпуски естественно-математического лицея показали высокую эффективность такой системы подготовки. Учащиеся лицея заняли 85% призовых мест на областной математической олимпиаде. Все выпускники лицея поступили в вузы с повышенными требованиями к поступающим, а также показали высокую успеваемость на первых двух курсах вузов.

Все эти данные еще раз подтвердили верность выводов об определяющей роли формирования выделенных видов математических структур для развития математического мышления в процессе накопления индивидом опыта математической деятельности.

Нестандартные задачи могут служить и средством приобщения учащихся к исследовательской деятельности. Такое приобщение можно реализовать через решение специальных исследовательских задач или через дополнительную работу над задачей. К учебно-исследовательским задачам относят те задания, которые представляют собой систему логически связанных учебных проблем, позволяющих в совокупности с эвристическими вопросами, указаниями и минимумом учебной информации открыть новые знания об объекте исследования, способе, приеме или средстве исследовательской деятельности.

Обучение математике через задачи – давно известная проблема. Задачи должны служить и мотивом для дальнейшего развития теории, и возможностью для ее эффективного применения. Задачный подход является наиболее эффективным средством развития учебно-математической деятельности учащихся. Учителю необходимо построить педагогически целесообразную систему задач, с помощью которой можно было бы провести ученика последовательно через все аспекты математической деятельности (выявление проблемных ситуаций и задач, построение математических моделей конкретных ситуаций, решение задач, мотивирующих расширение теории, и т.д.).

Для эффективной реализации целей математического образования необходимо использовать в учебном процессе не просто отдельные задачи, а системы задач с научно обоснованной структурой, в которой место и порядок каждого элемента строго определены и отражают структуру и функции этих задач. Поэтому в своей профессиональной деятельности учитель математики должен стремиться представить содержание обучения математике в значительной степени именно через системы задач. К таким системам предъявляется ряд требований: иерархичность, рациональность объема, нарастание сложности, полнота, целевое назначение каждой задачи, возможность осуществления индивидуального подхода и т.д. [6].

Решение задач по математике учит молодого человека мыслить, самостоятельно моделировать и прогнозировать окружающий мир, т.е. в конечном итоге преследует почти те же цели, что и проектная деятельность, за исключением, быть может, приобретения коммуникативных навыков, поскольку чаще всего учителя не предъявляют требований к представлению решения задачи. Поэтому в обучении математике решение задач, видимо, должно остаться основным видом учебной деятельности, а проекты лишь – дополнением к нему. Этот важнейший вид учебной деятельности позволяет школьникам усваивать математическую теорию, развивать творческие способности и самостоятельность мышления. Эффективность учебно-воспитательного процесса во многом зависит от выбора задач, от способов организации деятельности учащихся по их решению, т.е. от методики решения задач [10].

Математическая деятельность, связанная с решением задач, служит основой формирования у учащихся схем математического мышления (логических, алгоритмических, комбинаторных, образно-геометрических), которые являются в первую очередь средством познания, обеспечивают линию качественных изменений в функционировании интеллекта. Таким образом, именно решение соответствующих нестандартных задач лежит в основе развивающего потенциала математического образования.

Список литературы

1. Атаханов, Р. А. К диагностике развития математического мышления [Текст] / Р. А. Атаханов // Вопросы психологии. – 1992. – № 1 – 2. – С. 60 – 67.
2. Гарднер, М. Есть идея! [Текст] / М. Гарднер. – М.: Мир, 1982.
3. Дорофеев, Г. В. Математика для каждого [Текст] / Г. В. Дорофеев. – М.: Аякс, 1999.
4. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода [Текст]: кн. для учителя / О. Б. Епишева. – М.: Просвещение, 2003.
5. Зайкин, М. И. Тренинговая служба в системе математического образования школьников [Текст] /М. И. Зайкин // Математическое образование: традиции и современность: тезисы федеральной научно-практической конференции. – Нижний Новгород, 1997. – С. 38 – 40.
6. Клековкин, Г. А. Задачный подход в обучении математике [Текст] / Г. А. Клековкин, А. А. Максютин. – М.; Самара: СФ ГОУ ВПО МГПУ, 2009.
7. Маркушевич, А. И. Об очередных задачах преподавания математики в школе [Текст] / А. И. Маркушевич // Математика в школе. – 1962. – № 2. – С. 3 – 14.
8. Столяр, А. А. Педагогика математики [Текст]: курс лекций / А. А. Столяр. – Минск: Вышэйш. школа, 1969.
9. Тестов, В. А. Математические структуры как научно-методическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения (школа – вуз) [Текст]: дисс. … д-ра пед. наук / В. А. Тестов. – Вологда, 1998.
10. Тестов, В. А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты [Текст]: монография / В. А. Тестов. – Вологда: ВГПУ, 2012. – 176 с.

УДК 372.851

Глава 3. РЕАЛИЗАЦИЯ РАЗВИВАЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА ТЕОРЕМЫ (НА МАТЕРИАЛЕ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ)

REALIZATION OF THE DEVELOPING POTENTIAL OF THE THEOREM (BASED ON SCHOOL MATHEMATICS)

Шестакова Лидия Геннадьевна
Пермский государственный национальный исследовательский университет, Соликамский государственный педагогический институт,
shestakowa@yandex.ru, Соликамск, Россия

Shestakova Lydia Gennadievna
Perm State National Research University,
Solikamsk State Pedagogical Institute, shestakowa@yandex.ru,
Solikamsk, Russia

Аннотация. Теорема занимает важное место в школьном курсе геометрии, имеет возможности для развития ученика. В публикации проанализирована литература, охарактеризованы наиболее распространенные затруднения школьников при работе с теоремой. Предложены приемы, направленные на устранение и предупреждение этих затруднений. Описаны этапы работы с теоремой, возможности для формирования универсальных учебных действий.

Ключевые слова: обучение математике; теорема; затруднения ученика при работе с теоремой.

Abstract. A theorem holds a prominent place in a school course of geometry providing opportunities for the pupil’s growth. This paper analyzed literature, characterizes the most common difficulties among pupils when working with it. Some actions for elimination and prevention of these difficulties are suggested. Describes stages of work with the theorem, opportunities for the formation of universal educational activities.

Keywords: teaching mathematics; theorem; difficulties among pupils when working with a theorem.

За последние годы в обществе произошли кардинальные изменения в представлении о целях образования, путях их реализации. Ставится задача подготовки учащихся к реальной жизни, готовности к тому, чтобы занять активную жизненную и гражданскую позицию, уметь работать в группе, быть готовым к быстрому переучиванию в ответ на изменение ситуации и требований рынка труда. Изменения приоритетных установок в системе образования потребовали перехода к новой парадигме «выпускника школы, подготовленного к жизнедеятельности», которая положена в основу концепции ФГОС школы второго поколения, нацеленных в первую очередь на реализацию развивающего потенциала. Одной из важнейших задач при этом становится формирование ключевых компетенций и универсальных учебных действий (УУД). К знаниям, умениям и навыкам в этом случае подходят как к результату соответствующих видов целенаправленных действий, они осваиваются в процессе активной деятельности самих учащихся.

Теоремы начиная с 7 класса занимают важное место на уроке математики. Школьники постоянно доказывают их, применяют при решении различных видов заданий, задач и упражнений. Значение работы с теоремой для развития мышления школьников трудно переоценить. Она призвана помочь освоить приемы рассуждений как дедуктивного, так и индуктивного характера, быть средством формирования следующих умений:

– на основе наблюдения или обобщения частных задач выдвигать гипотезу (формулировать теорему);

– анализировать формулировку теоремы (задачи), выделять ее условие и заключение;

– осуществлять поиск способа доказательства;

– выстраивать прямое и косвенное доказательство;

– отбирать аргументы и на их основе делать выводы;

– грамотно использовать признаки, свойства, необходимые и достаточные условия.

Перечисленные умения лежат в основе ключевых компетенций и универсальных учебных действий (направленность на формирование которых заложена во ФГОС общеобразовательной школы). Работа с теоремой должна содействовать усвоению логики умозаключений и на этой основе способствовать формированию грамотной речи, умения точно и лаконично выражать свои мысли.

Однако, как показывает практика, несмотря на то, что количество теорем в школьном курсе значительное и изучают их все ученики, проблемы в формировании выше перечисленных умений остаются. В данной статье будут описаны некоторые виды работы с теоремой, позволяющие реализовать ее развивающие возможности.

1. Работа с теоремой в методической литературе

В методической литературе теореме уделяется много внимания. Такой интерес объясняется двумя основными причинами. Во-первых, она занимает значительное место в школьном курсе математики, а как следствие этого и в методической литературе. Во-вторых, работа с теоремой вызывает у учеников затруднения, которые относятся практически ко всем этапам, начиная с ознакомления с условием и заканчивая применением. Более подробно о затруднениях пойдет речь далее. Вопросы организации работы с теоремой на уроке математики рассмотрены в публикациях М. Б. Воловича, Я. И. Груденова, О. Б. Епишевой, Ю. М. Колягина, Г. И. Саранцева и др.

В книгах Г. И. Саранцева [13, 14] выделяются этапы работы с теоремой и ставятся им в соответствие приемы и виды упражнений, кроме того, описаны приемы работы на уроке. Для учителя математики должна быть интересна следующая таблица, составленная Саранцевым. Отметим, что в данной публикации таблица 1 приводится в несколько измененной форме с сохранением ее содержательного наполнения.

Таблица 1

Виды упражнений, используемых на различных этапах работы с теоремой

Этапы	Упражнения
1. Мотивация изучения теоремы	– на измерение величин, на оперирование моделями фигур; – с практическим содержанием; – на применение ранее изученных теорем
2. Ознакомление с формулировкой теоремы	– на измерение величин, на оперирование моделями фигур; – с практическим содержанием; – на применение ранее изученных теорем
3. Усвоение содержания теоремы	– на выделение условия и заключения теоремы; – на распознавание ситуаций, удовлетворяющих теореме; – на выполнение чертежей, моделирующих условие теоремы
4. Запоминание формулировки теоремы	– на выделение условия и заключения теоремы; – на распознавание ситуаций, удовлетворяющих теореме; – на выполнение чертежей, моделирующих условие теоремы
5. Ознакомление со способом доказательства	– на ознакомление с методом доказательства
6. Доказательство теоремы	– на ознакомление с методом доказательства; – упражнения, моделирующие способ доказательства; – на выделение в доказательстве недостающих утверждений и их обоснование
7. Применение теоремы	– на выделение в доказательстве недостающих утверждений и их обоснование; – на систематизацию теорем; – на составление родословной теоремы; – на составление плана доказательства теоремы; – на составление алгоритмов
8. Установление связей изучаемой теоремы с теоремами, изученными ранее	– на систематизацию теорем; – на составление родословной теоремы; – на составление плана доказательства теоремы; – на составление алгоритмов

Некоторые стороны работы с теоремой раскрываются в книге М. Б. Воловича «Наука обучать» [4]. Автор достаточно подробно описывает работу по осуществлению совместно с учащимися поиска способа доказательства теоремы. Его цель – сделать ученика соучастником «открытия» доказательства, на основании чего доказательство становится понятнее, перестает быть высоко абстрактными выкладками, которые необходимо воспроизвести по требованию учителя.

Подробно описана работа с теоремой Я. И. Груденовым [5], хотя автор ограничивается только тремя этапами: введением, усвоением и закреплением теоремы. Он предлагает различные способы изложения материала, методы усвоения, приемы закрепления в зависимости от характера изучаемого материала, наличия учебного времени, уровня развития учащихся и ряда других факторов. Рассматриваемые автором способы повышают интерес к занятиям, способствуют развитию творческих способностей учеников, однако требуют определенных временных затрат.

П. М. Эрдниев в книге «Обучение математике в школе» [22, с. 231] при рассмотрении вопроса о теоремах значительное место отводит так называемому «феномену сверхсимвола» и отмечает, что важным моментом обучения является умелое сочетание образного, символьного и словесного способов представления информации, а также их взаимных переходов.

Основываясь на результатах психологических и педагогических исследований, О. Б. Епишева делает акцент на то, чтобы [6, с. 134 – 137] раскрыть перед школьниками структуру теорем, целенаправленно учить их определять вид теоремы, выделять условие и заключение, использовать в записи теорем элементы математической логики. Автор выделяет три этапа в работе с теоремой (подготовительный, основной и закрепление) и дает краткую характеристику с выделением методических приемов на каждом.

М. В. Шибанова и Т. С. Широкова [21] описывают варианты использования компьютерного эксперимента на разных этапах работы с теоремой. Некоторые особенности работы с теоремой и приемы поиска способа решения задачи, доказательства теоремы описаны Л. Г. Шестаковой [19, 20].

2. Затруднения учащихся при работе с теоремой

Как показывает практика, затруднений много и они очень разнообразны, поэтому остановимся лишь на наиболее распространенных.

Во-первых, ученики часто не видят необходимости доказывать теоремы. Они им кажутся очевидными. Это затруднение в настоящее время усугубляется еще и тем, что достаточно часто от учеников не требуют его знать. Ограничиваются лишь использованием формулировок при решении задач. Наиболее характерным такой подход является для гуманитарных классов. Огромный недостаток названной позиции состоит в том, что преподаваемая на таком уровне математика теряет свою ценность. Она перестает быть средством развития логического мышления учащихся.

Во-вторых, школьники часто не могут повторить разобранное доказательство теоремы, затрудняются выстроить цепочку рассуждений. Они часто заучивают доказательство наизусть. Скорее всего, причина заключается в том, что не сформированы умения рассуждать, выделять основную идею доказательства, разбивать его на взаимосвязанные шаги, осмысливать эту взаимосвязь. Перечисленные умения не могут возникнуть сами, они должны целенаправленно формироваться.

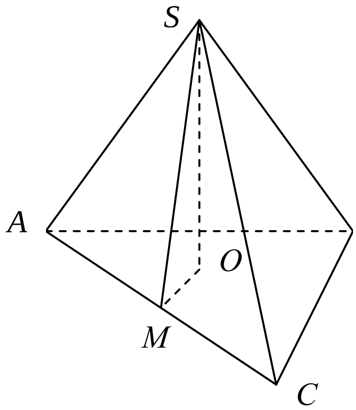


Рисунок 1

В-третьих, школьники часто не умеют применять изученные теоремы при решении задач. Это затруднение можно разделить на две разновидности.

Первая – не видят возможности применения конкретной теоремы (а часто и необходимости ее применения). Например, в задаче о треугольной пирамиде с равными боковыми ребрами на каком-то этапе решения требуется построить линейный угол между плоскостями боковой грани и основания (см. рис. 1). В лучшем случае ученики проведут в боковой грани медиану SM (которая является и высотой) и отметят, что $\angle SMO$ будет линейным, не объясняя свою точку зрения. При необходимости это доказать затрудняются применить теорему о трех перпендикулярах. Они просто не видят, что SM – наклонная к плоскости ABC; MO – проекция наклонной, так как SO – перпендикуляр к плоскости основания; AC – прямая, перпендикулярная наклонной SM. Часто в подобных задачах дело до применения теоремы о трех перпендикулярах может и вообще не дойти. Ученик просто в качестве линейного угла ошибочно берет $\angle SMB$.

Ко второй разновидности затруднений можно отнести случаи, когда в обосновании ссылаются не на ту теорему. Это чаще всего касается использования прямой и обратной теорем, свойств и признаков. Например, требуется найти величину $\angle M$ в треугольнике KLM, если KM=6; LM=8; KL=10. Ученик в решении ошибочно указывает, что по *теореме Пифагора* $\angle M$=90°. В действительности он использовал теорему, обратную к ней.

В-четвертых, школьники часто не умеют для данной теоремы сформулировать обратное утверждение. Не осознают, что обратное утверждение не всегда бывает верным, если верно прямое. Совершенно не имеют представления о противоположных и контрапозитивных утверждениях, поэтому допускают ошибки в рассуждениях.

Для устранения выше названных затруднений нужна целенаправленная работа. Необходимо познакомить учеников с видами утверждений (прямое, обратное, противоположное и контрапозитивное), их логической структурой, приемами конструирования, вскрыть взаимосвязь между перечисленными видами утверждений. Это содержание носит чисто логический характер. После доказательства теоремы необходимо формулировать обратное утверждение, выяснять вопрос об его справедливости. Есть смысл разбирать случаи, когда при решении задач опираются на прямую теорему, когда – на обратную; рассматривать наиболее стандартные случаи использования изученной теоремы; проводить работу, направленную на формирование у школьников умения «увидеть» данную теорему. Для этого используются задания на распознавание. Нужно показывать, как можно «открыть» прием доказательства, вскрывать способы поиска доказательства, четко выделять основную идею и шаги доказательства, предлагать ученикам проводить доказательство на видоизмененном чертеже (с другими буквенными обозначениями).

3. Теорема, виды теорем, их структура

Теорема – это суждение, истинность которого доказывается. Как известно, теорема состоит из условия и заключения. Все задачи на доказательство можно считать теоремами. Об этом нужно помнить при составлении тематических планов, так как часто важные утверждения (свойства и признаки) в учебниках геометрии скрываются в задачном материале, а не выносятся в виде теорем. Такие задачи (скрытые теоремы) должны не просто доказываться – на них нужно специально обращать внимание школьников. Иначе они просто не смогут их использовать в своей работе.

Рассмотрим виды теорем. Вообще в методической литературе выделяют различные виды: признак, свойство, следствие, лемма и др. Целесообразно, скорее всего, разделить все теоремы на две группы. Основанием для деления будет используемая в них логическая операция. Тогда в первую группу войдут все теоремы, у которых условие и заключение соединены с помощью логической операции импликации (=>), заменяемой обычно сочетанием «если, то». Например, если параллелограмм является ромбом, то в нем диагонали взаимно перпендикулярны. Вторая группа будет состоять из теорем, в которых условие и заключение соединены с помощью логической операции эквиваленции (<=>), заменяемой часто сочетанием «необходимо и достаточно» (или «тогда и только тогда»). Например, для того чтобы параллелограмм являлся ромбом, необходимо и достаточно, чтобы в нем диагонали были взаимно перпендикулярны. Целесообразность деления всех теорем на названные группы объясняется тем, что имеется принципиальное отличие как в доказательстве, так и в использовании их при решении задач.

Остановимся подробнее на первой группе теорем. Их логическая структура может быть представлена следующей формулой: $(\forall x \in M)\ A(x) \Rightarrow B(x)$, где $A(x)$ – условие, $B(x)$ – заключение, $(\forall x \in M)$ – разъяснительная часть теоремы, указывает множество, на котором теорема рассматривается.

В нашем примере – это множество параллелограммов. Необходимо обратить внимание учеников, что в тех случаях, когда множество явно не оговаривается в формулировке, оно всегда подразумевается. Нужно четко представлять, на каком множестве работаем. Особенно важно это при формулировании утверждения, обратного данному. Подробно описана такая работа в книге М.Б.Воловича [4].

Сформулирована теорема первой группы может быть в виде *категорического* или *условного* суждений. Приведенный выше пример – условное суждение (связка «если, то»). В категорической форме теорема будет звучать так: «В ромбе диагонали взаимно перпендикулярны». Как показывает практика, школьникам бывает трудно записать условие и заключение теоремы (задачи), сформулированной в виде категорического суждения. Поэтому есть смысл сначала предложить ученикам его переформулировать.

Для любой теоремы первой группы [$(\forall x \in M)\ \boldsymbol{A(x) \Rightarrow B(x)}$] можно сформулировать еще три утверждения:

- обратное [$(\forall x \in M)\ \boldsymbol{B(x) \Rightarrow A(x)}$];
- противоположное [$(\forall x \in M)\ \overline{A(x)} \Rightarrow \overline{B(x)}$];
- контрапозитивное [$(\forall x \in M)\ \overline{B(x)} \Rightarrow \overline{A(x)}$].

Ошибки в использовании теорем как раз связаны с тем, что учащиеся не знают взаимосвязи между перечисленными видами утверждений (прямым, обратным, противоположным и контрапозитивным). Школьникам нужно объяснить, что если доказана справедливость прямого утверждения, то верно и контрапозитивное. Об истинности обратного и противоположного утверждений ничего сказать нельзя до тех пор, пока одно из них не будет доказано или опровергнуто.

Умение правильно использовать теоремы первой группы требует целенаправленной отработки. Для этого желательно просить школьников делать ссылки на используемые теоремы. Причем важно обращать внимание на проводимое обоснование. Возможны случаи, когда аргументация может быть проведена с использованием как прямой теоремы, так и обратной. Например, нужно начертить отрезок длиной $\sqrt{5}$ см. Оценить правильность ссылки на теорему Пифагора или обратную к ней теорему можно, только прослушав всю аргументацию.

Ученик может рассуждать так: «Построим прямоугольный треугольник с катетами 1 см и 2 см, тогда по теореме Пифагора гипотенуза будет равна $\sqrt{5}$ см». Но возможен и другой вариант: «Проведем цепочку преобразований $\sqrt{5}=\sqrt{1+4}$ <=> $(\sqrt{5})^2$ = 1+4 <=> $(\sqrt{5})^2$= 1^2+2^2. Следовательно, по теореме, обратной к теореме Пифагора, существует прямоугольный треугольник с катетами 1см и 2см и гипотенузой $\sqrt{5}$ ».

Рассмотрим вторую группу теорем. Их логическая структура может быть выражена формулой $(\forall x\in M)\ A(x)\Leftrightarrow B(x)$. Теорему второй группы часто называют необходимым и достаточным условием или характеристическим свойством. Много ошибок ученики допускают при доказательстве этого типа теорем. Причина заключается в том то, что они не понимают смысла данного утверждения.

Необходимо объяснить, что теорема второй группы объединяет в себе два утверждения (прямое и обратное). Чтобы ее доказать, нужно сформулировать и доказать оба. При первом знакомстве с теоремами (задачами) второй группы есть смысл оформить доказательство прямого и обратного утверждений параллельно (разделив доску пополам). Рассмотрим пример. Требуется доказать теорему: Для того чтобы параллелограмм был прямоугольником, необходимо и достаточно, чтобы диагонали в нем были равны.

Прямая теорема	**Обратная теорема**
Если параллелограмм является прямоугольником, то диагонали в нем равны.	Если в параллелограмме диагонали равны, то он является прямоугольником.

Только после того как доказаны оба утверждения, делается вывод, что доказана вся теорема.

Учеников полезно познакомить с наиболее часто встречающимися видами теорем второй группы.

Во-первых, к ним относятся утверждения, предлагающие доказать, что уравнение $f(x,y,z)=0$ является уравнением фигуры $Ф$.

1. Если точка $M(x_0;y_0;z_0)$ принадлежит фигуре $Ф$, то её координаты удовлетворяют уравнению, т.е. $f(x_0;y_0;z_0)=0$.	2. Если координаты точки $M(x_0;y_0;z_0)$ удовлетворяют уравнению $f(x,y,z)=0$, то точка M принадлежит фигуре $Ф$.

Этот момент в школьном курсе часто опускается при выводе уравнений некоторых фигур. Такие неточности мешают развитию логического мышления учащихся.

Во-вторых, к теоремам этой группы относятся также все характеристические свойства, сформулированные в виде формул. Например, доказать характеристическое свойство арифметической прогрессии

$\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}=a_n$, n – натуральное и n >1.

Ученикам дополнительно необходимо объяснить, что характеристическое свойство является необходимым и достаточным условием. Работа с такими заданиями проводится по описанной выше схеме.

Желательно с учащимися проработать материал, раскрывающий сущность таких понятий, как необходимое условие, достаточное условие, необходимое и достаточное условие, и особенности работы с ними.

Перечисленные понятия являются достаточно широко распространенными. Однако, как показывает практика, школьники часто не понимают их сути и допускают ошибки при использовании. Это в принципе не может быть неожиданным, так как специально перечисленные понятия не отрабатываются ни на одном учебном предмете школьного курса. Дополнительно отметим, что описанная работа направлена на освоение содержания по разделу «Элементы логики», входящему в курс математики.

4. Основные этапы работы с теоремой

В литературе по методике преподавания математики выделяют разные этапы работы с теоремами. Их может быть разное количество [5, 6, 9, 11, 13], они могут по-разному называться, но суть остается одна и та же. Объединение всех этапов представляет собой работу с теоремой от момента мотивации ее введения (изучения) до момента применения при решении задач.

Чаще всего выделяют следующие этапы работы:

– мотивация изучения теоремы, подведение учеников к открытию формулировки теоремы, точная формулировка;

– работа с формулировкой теоремы (соотнесение формулировки с чертежом, осознание содержания теоремы);

– построение чертежа, запись того, что дано, и того, что требуется доказать;

– поиск доказательства, доказательство теоремы и его запись;

– закрепление теоремы;

– применение теоремы.

Рассмотрим работу на каждом этапе с позиции реализации развивающего потенциала.

Первый этап – этап мотивации, открытия формулировки. При открытии формулировки теоремы учащиеся на основе специально организованной работы с помощью учителя делают необходимые обобщения и формулируют предложения, гипотезы. Эта работа способствует повышению как уровня осознанности знаний, так и уровня мотивации новой теоремы. Кроме того, идет процесс формирования таких важных умений, как обобщать и делать выводы.

Первый этап работы с теоремой имеет большое значение с позиции организации обучения по ФГОС. Так, в Примерной основной образовательной программе в разделе «Ведущие целевые установки и основные ожидаемые результаты» отмечается, что школьники должны освоить «умение *оперировать гипотезами* как отличительным инструментом научного рассуждения, приобрести опыт решения интеллектуальных задач на основе мысленного построения различных предположений и их последующей проверки» [12, с. 21 – 22]. В зависимости от теоремы работу на данном этапе можно организовать различными способами (достаточно подробно описаны в пособии Е. И. Лященко [9]). Рассмотрим некоторые из них.

Потребность практики. Мотивацию изучения теоремы можно провести с помощью практической задачи. Например, перед изучением признака подобия треугольников по двум углам можно предложить учащимся задачу на измерение высоты башни (дерева, здания) при условии, что добраться до её вершины нет возможности. Ученики уже знают определение подобных треугольников и, скорее всего, выскажут мысль о построении треугольника, подобного ΔABC. Возникает вопрос о том, как это сделать. Примерная схема рассуждения может быть следующей.

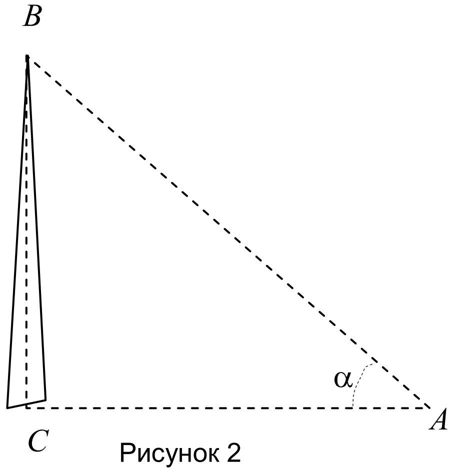


Рисунок 2

Сначала задача сведется к определению того, что вообще можно измерить (см. рис. 2). Ученики заметят, что $\angle C$=90°. Будем считать, что расстояние AC по поверхности земли также можно измерить точно. Таким образом, мы установили, что подобный треугольник должен быть прямоугольным. Достаточно ли этого? Конечно, нет. Замечаем, что угол α можно измерить с помощью специального геодезического инструмента. Можно ли утверждать, что прямоугольный треугольник с острым углом α будет подобен исходному? Пришли к необходимости доказать (или опровергнуть) соответствующую теорему.

Обобщение или объяснение наблюдаемых в жизни явлений. Например, перед формулировкой и доказательством следствия (через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость и притом только одну) можно предложить ученикам вопрос, связанный с устойчивостью предметов, имеющих три точки опоры. Почему у геодезических приборов, штативов, которые приходится ставить на неровную почву, три ножки, а не четыре? Почему новогоднюю елку крепят к полу с помощью крестовины (перед доказательством признака перпендикулярности прямой и плоскости).

Показ необходимости теоремы для решения задач. Этот прием хорошо работает при доказательстве признаков. Например, перед доказательством признака перпендикулярности прямой и плоскости можно рассмотреть задачу.

Задача. Прямая a пересекает плоскость α в точке O (см. рис. 3). Известно, что прямые b и c, проходящие через точку O, перпендикулярны прямой a. Будет ли прямая a перпендикулярна плоскости α?

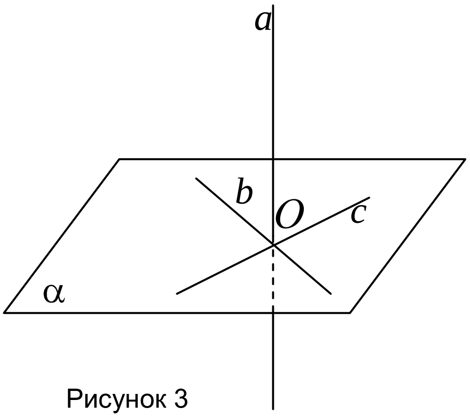


Рисунок 3

Ученики знают пока лишь определение, поэтому не могут ответить на вопрос задачи. Здесь можно обратить внимание учащихся на то, что действовать по определению крайне неудобно. Не можем же мы перебирать все прямые плоскости, что в принципе сделать невозможно. На основе этого приходим к необходимости доказательства признака.

Перед доказательством теоремы Фалеса можно предложить школьникам разделить данный отрезок, например, на 7 равных частей.

Формулировка теоремы может быть открыта учащимися в результате **выполнения практической работы или демонстрации опыта.** Этот приём не только помогает заинтересовать учащихся, но и способствует осознанному восприятию. Ученики также учатся выдвигать гипотезы.

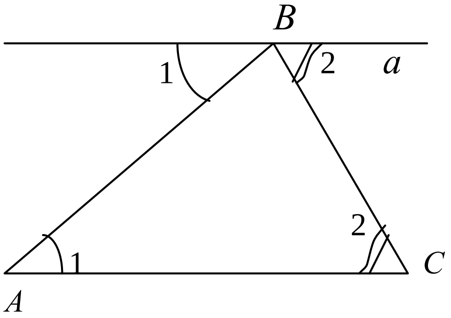


Рисунок 4

Например, перед доказательством теоремы о сумме углов треугольника можно предложить ученикам найти сумму углов данного треугольника. Это задание можно выполнять как на уроке, так и дома. С различной степенью точности у учеников получится 180°. Можно также поставить небольшой опыт. Берем треугольник, отрываем у него углы *A* и *C* и прикладываем к вершине *B* (см. рис. 4). Продолжаем стороны оторванных углов и замечаем, что получается прямая *а*. Остается отметить, что прямая *а* будет параллельна *AC*. Для выделения этого факта можно поменять углы 1 и 2 местами. Тогда тоже получится прямая, но она не будет параллельна *AC* (если не возьмём случайно равнобедренный треугольник).

Перед доказательством теоремы можно показать, **как решалась данная проблема в истории математики.** Например, перед изучением признаков подобия треугольников можно рассказать об измерении высоты башни (рис. 5).

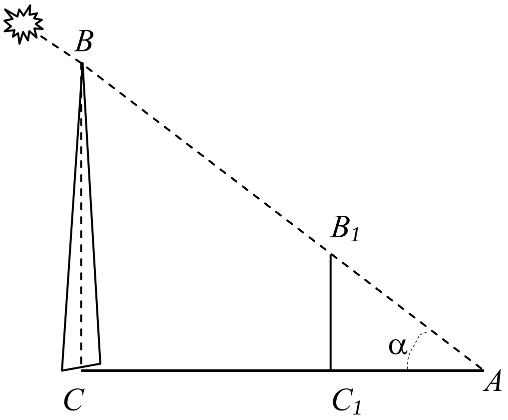


Рисунок 5

Ученики уже знакомы с гомотетией, так что легко поймут принцип получения подобных треугольников. Из-за отсутствия геодезических приборов использовалась тень, отбрасываемая башней. Для построения вспомогательного (подобного) треугольника применялся шест B_1C_1. Необходимо поместить точку B_1 на прямую *AB*. Для этого достаточно поставить шест (перпендикулярно поверхности земли) в такую точку, чтобы концы теней шеста и башни совпали. Рассмотренный пример подводит к идее доказательства признака.

Подвести учеников к формулировке теоремы можно с помощью использования приема аналогии. Например, сформулировать свойства параллелепипеда можно по аналогии со свойствами параллелограмма. Для этого можно составить таблицу (табл. 2).

Таблица 2

Сопоставление свойств параллелограмма и параллелепипеда

Свойства параллелограмма	Свойства параллелепипеда
В параллелограмме диагонали пересекаются в точке и делятся ею пополам.	В параллелепипеде диагонали пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.
В параллелограмме противоположные стороны попарно равны.	В параллелепипеде противоположные грани попарно равны.
Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии.	Точка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрии.

Аналогичную работу можно провести для сферы и окружности, шара и круга, координат, векторов, геометрических преобразований на плоскости и в пространстве и ряда других понятий, их свойств и признаков. Это помогает ученикам также осознать основную идею доказательства соответствующих теорем, так как часто в нем используются понятия (их свойства и признаки), аналогия с которыми прослеживается.

Необходимо отметить, что возможны случаи, когда «открытие» учащимися формулировки теоремы целесообразно опустить. Это делается в тех случаях, когда формулировка (и доказательство) очень простые или, наоборот, слишком громоздкие.

Второй этап – работа с формулировкой теоремы. На этом этапе нужно добиться понимания и осознанного запоминания формулировки. Формулировка теоремы соотносится с чертежом или моделью (для стереометрии). Полезно предлагать задания на отработку формулировки. Например, М. Б. Волович на этом этапе использует карточки с пропусками [4]. Если формулировка сложная для восприятия учащимися, то есть смысл разбить ее на законченные куски и проработать каждый из них. Необходимо разобраться в логической структуре теоремы, определить, к какому виду она относится. В случае теоремы, являющейся необходимым и достаточным условием, нужно провести работу по разделению её на два утверждения (прямое и обратное). Только после того как ученики поймут формулировку, ее структуру, переходим к следующему этапу.

Третий этап включает в себя построение чертежа, запись того, что дано, что нужно доказать. Важно, чтобы на этом этапе как можно активнее работал класс. Чертеж должен быть четким и наглядным, полностью соответствовать формулировке теоремы. На этом этапе не должно быть на чертеже каких-либо дополнительных построений. Они делаются позднее (при поиске доказательства или его оформлении) по мере необходимости.

Хотя во многих действующих учебных пособиях по геометрии записи того, что дано и что требуется доказать, отсутствуют, их целесообразно делать. Они помогают выяснить степень осознания формулировки и приучают учеников к четкому оформлению кратких записей, а также отрабатывается умение переводить условие теоремы с обычного языка на символьный (знаковый), которое пригодится и при работе с геометрическими задачами.

Четвертый этап – поиск доказательства, доказательство теоремы, запись доказательства. Основные пути поиска доказательства будут рассмотрены далее. Важность работы заключается в том, что доказательство становится более понятным и легче запоминается, если осознана его основная идея. Для подведения учащихся к открытию способа доказательства существует много приемов. Рассмотрим два из них, которые наиболее часто встречаются и не представляют особой трудности в организации.

Во-первых, перед доказательством теоремы можно решить задачу, в которой используется такая же основная идея. Например, перед выводом формулы расстояния между точками можно предложить найти расстояние от точки *К* до начала координат, если: 1) *К* (6; 8); 2) $K(x_o; y_o)$.

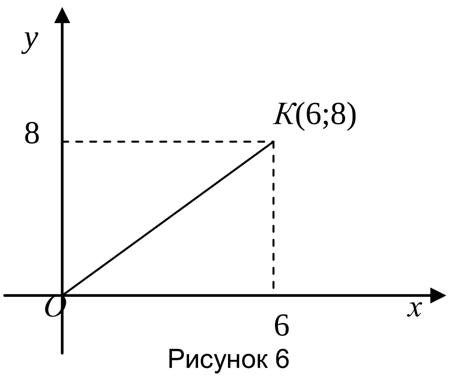


Рисунок 6

При решении задачи лучше не наносить единичные деления на оси координат (рис. 6). Это может осложнить работу в общем виде. После решения задачи школьникам будет проще заметить необходимость использования теоремы Пифагора для вывода искомой формулы.

Рассмотренная выше работа помогает ученику запомнить основную идею и шаги доказательства. Он легче усваивает абстрактные математические выкладки, что важно для слабых школьников.

Во-вторых, для тех же целей можно использовать материал из истории математики или смежных дисциплин (что будет важно в профильных 10 – 11 классах). Например, перед изучением вывода формулы суммы n первых членов арифметической прогрессии можно использовать материал, в некоторой степени связанный с историей математики.

Задание. Учитель математики однажды дал своему ученику К. Гауссу задание найти сумму всех натуральных чисел от 1 до 100 включительно. Так как Гаусс еще не знал определения и свойств арифметической прогрессии, то учитель надеялся, что его ученик будет долго занят работой. К удивлению учителя Гаусс очень быстро справился и назвал правильный ответ. Как это ему удалось сделать, учитель понял после того, как взглянул в его тетрадь. А сможете ли вы объяснить, как удалось Гауссу быстро выполнить вычисления? В тетради была следующая запись:

$$S= 1 + 2 + 3 +...+ 99 + 100$$
$$\underline{S= 100+ 99+ 98+ \ldots+ 2 + 1}$$
$$2S=101+101+101+\ldots+101+101$$
$$S=\frac{101\times100}{2}=5050$$

После того как разобрана идея доказательства и основные шаги, его нужно провести полностью и сделать краткую запись. При оформлении нужно помнить, что не должно быть слишком много шагов, так как в среднем объем оперативной памяти равен 5 единицам. Если доказательство громоздкое, то его желательно разбить на несколько крупных шагов, чтобы ученик смог охватить рассуждение целиком.

При доказательстве теоремы используются правила либо ***прямого вывода***, либо ***косвенного***. В первом случае доказательство идет от рассмотрения аргументов к доказательству тезиса, то есть истинность тезиса непосредственно обосновывается аргументами. Схема этого доказательства такова: из данных аргументов ($a_1, a_2, \ldots, a_n$) необходимо следует тезис T.

Сущность ***косвенного доказательства*** тезиса состоит в том, что он доказывается посредством опровержения некоторых других высказываний. Обычно выделяют два вида непрямых доказательств: доказательство методом «от противного» и доказательство посредством исключения альтернатив.

Доказательство методом «от противного» осуществляется путем установления ложности суждения, противоречащего тезису. Этот способ состоит в том, что сначала мы делаем предположение о ложности исходного тезиса, то есть об истинности антитезиса. Из предположения выводим следствия, которые противоречат действительности, ранее доказанным утверждениям или аксиомам. На этом основании заключаем, что наше предположение неверно, а, следовательно, по закону формальной логики, верно исходное утверждение.

Доказательство посредством исключения альтернатив состоит в том, что сначала составляется разделительное суждение, в котором перечисляются все возможные альтернативы. Истинность тезиса устанавливается путем последовательного обоснования ложности всех членов разделительного суждения, кроме одного (истинность которого установлена).

Основные требования к доказательству – его четкость и обоснованность каждого шага.

Пятый этап – закрепление теоремы. Здесь можно назвать три основных вида работы. Во-первых – закрепление доказательства. Нужно повторить основную идею, выделить шаги, повторить само рассуждение. Обычно просят одного из учеников доказать теорему еще раз. В работах М. Б. Воловича [4] и Г. И. Саранцева [13, 14] предлагается проводить работу по заполнению пропусков в доказательстве в тетрадях с печатной основой или специально составленных карточках. Авторы рассматривают примеры таких карточек.

Во-вторых, идет закрепление теоремы на конкретном материале. Школьники должны научиться использовать ее при решении задач. В связи с этим ученики часто допускают следующую ошибку: установив, что объект не удовлетворяет условию теоремы, учащиеся совершенно необоснованно делают вывод, что он не обладает свойством, отмеченным в заключении теоремы. Например, при работе с теоремой о сумме смежных углов отмечается, что углы могут быть не смежными, а в сумме составлять 180°. Далее выполняются упражнения и решаются простые задачи с использованием готовых чертежей. Например, после изучения теоремы о трех перпендикулярах можно предложить ученикам на рисунках найти три перпендикуляра, о которых идет речь.

В-третьих, необходимо сформулировать утверждение, обратное к данной теореме, выяснить вопрос о его справедливости.

Шестой этап (применение теоремы) обычно предусматривает стандартные и измененные ситуации. Этот этап выходит далеко за рамки урока, на котором теорема изучается. Здесь отрабатываются умения обнаружить возможность использования изученной теоремы и правильно применить ее. При работе с задачами нужно приучать школьников делать ссылки на используемые теоремы.

Отметим, что приемам работы с теоремами, видам доказательства уделяется значительное внимание в вводимых в школу ФГОС и примерных основных образовательных программах в связи с их вкладом в формирование УУД.

5. Работа с теоремами как средство формирования универсальных учебных действий

Остановимся на ряде понятий, на которых выстраивается ФГОС школы. Не вдаваясь в анализ сущности компетентностного подхода, который представлен в работах А. В. Хуторского, И. А. Зимней, О. Е. Лебедева, И. М. Осмоловской и других авторов, кратко остановимся на основных понятиях. Основываясь на работах А. В. Хуторского [18], под *компетенцией* будем понимать совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определённому кругу предметов и процессов и необходимых, чтобы качественно продуктивно действовать по отношению к ним. *Компетентность* – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности.

Отметим, что теория УУД в педагогической литературе в настоящее время не разработана до конца. На основе текстов ФГОС, примерных программ и публикаций А. Г. Асмолова, Г. В. Бурменской, И. А. Володарской, О. А. Карабановой, Н. Г. Салминой можно отметить, что устоявшегося определения УУД нет. Рассмотрим некоторые из них.

Универсальное учебное действие – это способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта; совокупность действий учащегося, обеспечивающих его культурную идентичность, социальную компетентность, толерантность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса [15].

А. Г. Асмолов [2] трактует УУД как обобщенные действия, порождающие широкую ориентацию учащихся в различных предметных областях познания и мотивацию к обучению, и предлагает рассматривать данное понятие с двух позиций. В широком значении ***термин*** «универсальные учебные действия» – это способность к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта, т.е. ***умение учиться***. В более узком (собственно психологическом) – совокупность действий учащегося, обеспечивающих его культурную идентичность, социальную компетентность, толерантность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса.

Концепция универсальных учебных [2] действий рассматривает компетентность как «знание в действии» и использует опыт реализации *компетентностного* подхода, а именно его акцент на приобретение учащимися способности *использовать на практике* полученные *знания, умения и навыки,* готовности и мотивации к результативным действиям. Поэтому при разработке программ развития УУД (как школы, так и по отдельным предметам) с использованием положений системно-деятельностного подхода, необходимо интегрировать достижения педагогической науки и практики, в том числе компетентностной и ЗУНовской парадигм образования.

Среди видов УУД называют следующие: личностные; регулятивные (включающие также действия саморегуляции); познавательные; знаково-символические; коммуникативные [12]. Дадим им краткую характеристику с опорой на глоссарий [15].

Личностные УУД отвечают за ценностно-смысловое определение учащихся (умение соотносить поступки и события с принятыми этическими принципами, знание и соблюдение моральных норм и умение выделить нравственный аспект поведения), ориентацию в социальных ролях и межличностных отношениях. **Регулятивные действия** (включающие также действия ***саморегуляции)*** обеспечивают организацию учащимися своей деятельности. **Познавательные** – это система способов познания окружающего мира, построения собственного поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации. К этой группе можно отнести владение методами познания окружающего мира; выполнение учеником логических приемов и операций; способность осуществлять поисковую и исследовательскую деятельность. Часто познавательные УУД делят на две подгруппы: ***общеучебные*** и ***логические*** универсальные учебные действия. **Знаково-символические** УУД обеспечивают конкретные способы преобразования учебного материала; представляют действия моделирования, выполняющие функции отображения учебного материала; преобразования модели; выделения существенного; отрыва от конкретных ситуативных значений; формирования обобщенных знаний. **Коммуникативные действия** обеспечивают социальную компетентность и сознательную ориентацию учащихся на позиции других людей, умение слушать собеседника и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, строить продуктивное взаимодействие и сотрудничество в группе, со сверстниками и взрослыми.

Рассмотрим возможности работы с теоремой для формирования УУД, а через них будут формироваться и ключевые компетенции. При этом необходимо исходить, во-первых, из специфики учебного предмета «Математика» (учитывать его главную функцию и ведущие компоненты). Во-вторых, как известно, на результат обучения (задача формирования УУД не является исключением) оказывают решающее влияние отбор и структурирование содержания образования, выбор методов, средств, приемов, форм обучения.

В рекомендациях для школ и педагогов, представленных в публикации «Разработка модели Программы развития универсальных учебных действий» [1], указывается на полноценное освоение учеником всех компонентов учебной деятельности, которые включают:

1) познавательные и учебные *мотивы;*

2) учебную *цель;*

3) учебную *задачу;*

4) учебные *действия* и *операции* (ориентировка, преобразование материала, контроль и оценка).

Отсюда можно сделать вывод о том, что работа с теоремами на этапах (которые были охарактеризованы ранее) направлена на формирование названных компонентов учебной деятельности. Школьное математическое образование вообще и работа с теоремами в частности призваны внести значительный вклад в формирование ***познавательных*** УУД. Рассмотрим возможности этой работы, которые для удобства сведем в таблицу 3.

Таблица 3

Соотнесение познавательных УУД с этапами работы над задачей и теоремой

Характеристики познавательных УУД	**Номер этапа работы с теоремой***
Общеучебные универсальные действия	
Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели	1, 4
Поиск и выделение необходимой информации, применение методов поиска	1, 4, 5, 6
Структурирование знаний	все
Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий	4 – 6
Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности	4 – 6
Умение адекватно, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной речи, передавая содержание текста в соответствии с целью и соблюдая нормы построения текста. *Адаптируется к математике и математическому языку*	все
Постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера	все
Действие со знаково-символическими средствами (замещение, кодирование, декодирование, моделирование)	все

Универсальные логические действия	
Сравнение и опознание конкретно-чувственных и иных данных, объектов	все
Анализ и синтез	все
Упорядочение объектов по выделенному основанию	1 – 4
Классификация	1 – 4
Обобщение	5, 6
Доказательство, установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, опровержение	все
Подведение под понятие (распознавание объектов, выделение существенных признаков и их синтез)	1, 4, 5, 6
Вывод следствий	все
Установление аналогий	Теоремы, при работе с которыми используется аналогия (см. табл. 2)

Примечание *: номера этапов работы с теоремой даны в соответствии с п. 4 данной публикации.

Характеристики данной группы УУД представлены в соответствии с публикацией «Разработка модели Программы развития универсальных учебных действий» [1]. При этом те составляющие УУД, которые в большей мере формируются на других учебных предметах (например, на русском языке, литературе), в таблицу не включены. Отметим, что логические задачи также будут работать на формирование выделенных универсальных действий.

Следующей группой УУД, на формирование которой работа с теоремами и задачами оказывает большое (если не сказать решающее) влияние, – это ***знаково-символические***. В обобщенном виде эта группа характеризуется двумя видами работы и действиями:

– *моделирование* – преобразование объекта из наглядно-чувственной формы в модель (пространственно-графическую, знаково-символическую, математическую и т.д.);

– *преобразование модели* – изменение модели (переход от одного вида к другому, с одного языка на другой) с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область.

Как легко заметить, именно эти действия формируются при составлении краткой записи, схемы, числового выражения, уравнения, неравенства по тексту теоремы и наоборот. На отработку действия по преобразованию модели работает доказательство разными методами (координатным, векторным и др.). Кроме того, различные виды математических моделей используются и на других учебных предметах.

Формирование ***регулятивных*** УУД (включающих целеполагание, планирование, прогнозирование, контроль, оценку, коррекцию, саморегуляцию) средствами теорем обеспечивается за счет проведения работы на всех этапах, логического развертывания и структурирования доказательства, деятельностного подхода к организации работы школьников. Отметим, что поиск доказательства теоремы требует самоорганизации: осознания цели, составления плана и его реализации, проверки результата действия, коррекции (или применения) результата при необходимости.

В ***личностных*** УУД выделяется два вида действий:

– действие *смыслообразования;*

– действие нравственно-этического *оценивания* усваиваемого содержания исходя из социальных и личностных ценностей, обеспечивающее личностный моральный выбор.

Работа непосредственно связана в первую очередь с мотивацией учебной деятельности и значимостью изучаемого содержания, а также осваиваемого учеником опыта. Поэтому здесь на первое место выходит то, как учитель преподнес материал ученику, смог ли он раскрыть практическую и личностную направленность изучаемого содержания и способов деятельности. Можно для мотивации и закрепления теорем использовать задачи с межпредметным, практическим, занимательным содержанием, старинные задачи, привлекать материал из истории математики и т.д.

Остановимся на ***коммуникативных*** УУД, в которые входят следующие действия:

– планирование учебного сотрудничества с учителем и учениками;

– постановка вопросов на этапе поиска и сбора информации;

– разрешение конфликтов, принятие решения и его реализация;

– умение выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации; владение монологической и диалогической речью в соответствии с нормами родного языка.

С позиции математики необходимо добавить владение математической речью и математическим языком. Работа с теоремой (как и весь курс математики) непосредственно направлена на овладение названными действиями. Здесь используются пояснения и комментарии учеников, письменные выкладки, устное доказательство и т.д. Кроме того, на уроках применяются приемы работы в парах и группах, что также будет способствовать формированию коммуникативных УУД.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что теоремы могут выступать эффективным средством для формирования УУД. Они должны занимать значительное место в разрабатываемых школами основных образовательных программах в соответствии с требованиями ФГОС.

Список литературы

1. Асмолов, А. Г. Разработка модели Программы развития универсальных учебных действий [Электронный ресурс] / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская, О. А. Карабанова, Н. Г. Салмина. – Режим доступа: http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=243.
2. Асмолов, А. Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий [Текст] / А. Г. Асмолов. – М.: Просвещение, 2010. – 160 с.
3. Волович, М. Б. Как сделать математику понятной и интересной [Текст] / М. Б. Волович // Математика в школе. – 2001. – №4. – С.13 – 18.
4. Волович, М. Б. Наука обучать [Текст] / М. Б. Волович. – М.: Линка-пресс, 1995. – 380 с.
5. Груденов, Я. И. Современные методики работы учителя математики [Текст] / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
6. Епишева, О. Б. Общая методика преподавания математики в средней школе. Курс лекций [Текст] / О. Б. Епишева. – Тобольск: ТГПИ, 1997. – 191 с.

7. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода [Текст] / О. Б. Епишева. – М.: Просвещение, 2003. – 223 с.

8. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике. Ч. 1 и 2 [Текст] / Ю. М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977.

9. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики [Текст] / под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.

10. Методика обучения геометрии [Текст]: учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / В. А. Гусев, В. В. Орлов, В. А. Панчищина и др.; под ред. В. А. Гусева. – М.: Академия, 2004. – 368 с.

11. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика [Текст]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, В. Я. Саннинский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.

12. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа [Текст] / сост. Е. С. Савинов. – М.: Просвещение, 2011. – 342 с.

13. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе [Текст] / Г. И. Саранцев. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.

14. Саранцев, Г. И. Упражнения в обучении математике [Текст] / Г. И. Саранцев. – М.: Просвещение, 1995. – 240 с.

15. Федеральный государственный образовательный стандарт: глоссарий [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=230.

16. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. № 1897 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2588.

17. Фридман, Л. М. Теоретические основы методики обучения математике [Текст] / Л. М. Фридман. – М.: МПСИ: Флинта, 1998. – 224 с.

18. Хуторской, А. В. Методика личностно-ориентированного обучения. Как обучать всех по-разному? [Текст]: пособие для учителя / А. В. Хуторской. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2005. – 195 с.

19. Шестакова, Л. Г. Методика обучения школьников работать с математической задачей [Текст]: учебное пособие для студентов / Л. Г. Шестакова. – Соликамск: СГПИ, 2013. – 106 с.

20. Шестакова, Л. Г. Организация работы с теоремой в свете новых стандартов [Текст] / Л. Г. Шестакова // Возможности образовательной области «Математика и информатика» для реализации компетентностного подхода в школе и вузе: материалы международной научно-практической конференции. – Соликамск: СГПИ, 2013. – С. 86 – 91.

21. Шибанова, М. В. Компьютерный эксперимент в системе методов работы с теоремой [Текст] / М. В. Шибанова, Т. С. Широкова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 2. – С. 310 – 323.

22. Эрдниев, П. М. Обучение математике в школе [Текст] / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М.: Столетие, 1996. – 320 с.

УДК 378.147

Глава 4. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

STUDENTS' INDEPENDENT LEARNING IN THE COURSE OF STUDYING MATHEMATICS HISTORY AT PEDAGOGICAL UNIVERSITY

Протасова Елена Владимировна
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Соликамский государственный педагогический институт,
elena-protasova5@yandex.ru, Соликамск, Россия
Protasova Elena Vladimirovna
Perm State National Research University, Solikamsk State Pedagogical Institute, elena-protasova5@yandex.ru,
Solikamsk, Russia

Сенчук Елена Ганиевна
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Березниковский строительный техникум»,
egsenchuk@mail.ru, Березники, Россия
Senchuk Elena Ganiyevna
State budgetary professional educational establishment
"Berezniki Construction College", Berezniki, Russia

Аннотация. Рассматриваются практические аспекты использования исторического материала при подготовке будущих учителей математики, приведены конкретные примеры реализации технологий и форм самостоятельной работы, выделены условия их успешного применения для овладения студентами общекультурными и профессиональными компетенциями.

Abstract. The focus of consideration is the practical aspects of using historical data to train future Mathematics teachers. Certain examples of implementing technologies and forms of independent learning are given, conditions of their successful usage to teach students common cultural and professional competences are distinguished.

Ключевые слова: история математики; самостоятельная работа студентов; технологии и формы обучения; общекультурные и профессиональные компетенции.

Keywords: Mathematics History; independent learning; technologies and forms of teaching; common cultural and professional competences.

Одной из тенденций реализации компетентностного подхода в высшей школе является увеличение количества часов на самостоятельную работу студентов. Историко-математическая подготовка будущих учителей, которая предполагает обращение к обширному историко-культурологическому материалу, открывает большие возможности для организации самостоятельного поиска. Нельзя не отметить, что в преподавании истории математики достаточно полно разработана содержательная часть, чего нельзя сказать о процессуальной стороне обучения. Вместе с тем она является существенным условием, определяющим способность студентов понимать значение культуры как формы человеческого существования, использовать систематизированные знания, в том числе гуманитарных наук, при решении профессиональных задач, применять на практике современные методики и технологии, включая информационные, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса. Эти общекультурные и профессиональные компетенции отражены в стандартах высшего профессионального образования. В данной статье рассматриваются некоторые подходы, связанные с организацией самостоятельной работы студентов на занятиях по истории математики, в рамках авторских междисциплинарных курсов, при проведении интегрированных семинаров и других организационных форм профессионального образования.

В исследованиях, посвящённых историко-математической подготовке студентов, достаточно отчётливо обозначен приоритет творческой самостоятельной деятельности. Так, Ю. А. Дробышев пишет об использовании проектной деятельности, назначение которой видит в создании студентами разнообразного учебно-методического материала и его использовании на моделируемых занятиях и в реальной педагогической практике. Образовательными продуктами, полученными в процессе реализации поисковых учебно-исследовательских проектов, являются задания историко-математического характера, средства обучения, виртуальные экскурсии, элективные курсы, кружки и факультативы, представляемые обучаемыми для публичной защиты и экспертизы на занятиях, во время деловой игры, в образовательных учреждениях. По мнению исследователя, важной особенностью такой деятельности является приобретение студентами опыта поиска историко-математической информации и создание на этой основе учебно-методической базы для работы в школе [3, с. 70 – 80].

В исследовании, посвящённом преподаванию истории математики в вузах Западной Европы и США во второй половине XX века, О. В. Головина подчёркивает ориентацию зарубежных программ на самостоятельную деятельность обучающихся. Изучение истории математики в зарубежных вузах может осуществляться как на младших, так и на старших курсах, с учётом уровня подготовленности студентов. Автором выделены пять групп учебных программ по истории математики. Особенность той или иной программы определяет и направление самостоятельной работы. Наиболее интересными представляются проблемное изучение материала, анализ первоисточников с последующим выполнением заданий, дискуссии по прочитанным книгам, исследование не освещенных в литературе вопросов, подготовка презентаций и планов уроков, разработка студентами 25-минутных лекций по выбранной теме, написание эссе и сочинений по курсу [1].

В нашей работе мы учитывали современные требования к реализации компетентностного подхода, прежде всего связанные с использованием информационных технологий и проектной деятельности. Условиями организации самостоятельной работы студентов стали сочетание этих технологий, предложение студентам вариативных заданий для индивидуальной и групповой работы, включение в изучение историко-математического материала творческого общения, игры, образов культуры и искусства. Основное назначение такой формы деятельности – рассмотрение теоретических аспектов историко-математического знания, истории отдельных математических теорий и вклада великих учёных в их разработку, освоение современных технологий и организационных форм, которые могут использоваться будущими учителями для развития познавательного интереса школьников.

Последующее изложение материала строится на основе анализа апробированных технологий и форм самостоятельной работы, включённых в историко-математическую подготовку студентов. Каждый из приведённых примеров представляет собой реализацию междисциплинарного подхода и возможность интеграции математического, историко-культурологического и педагогического знания. Описание форм представлено в логике их усложнения: от интеллектуально-творческой игры к исследовательским проектам и созданию образовательных продуктов с использованием информационных технологий.

<u>«Образовательное путешествие»</u> в математическое прошлое Древнего Востока – это игровая форма ознакомления студентов с достижениями математиков Древнего Египта, вавилонскими математическими традициями, историей научных знаний Индии и Китая. Учащиеся вуза знакомятся с формированием у народов Востока основных понятий математики, с совершенствованием систем счисления, анализируют основные этапы развития десятичной позиционной системы нумерации и накопление знаний численно-арифметического, геометрического характера. Для освоения темы привлекаются материалы из истории культуры, иллюстрирующие ранние источники математического содержания: глиняные таблички с текстами, математические папирусы Древнего Египта, первые математические сочинения. Составляющей путешествия является использование виртуальных панорам с показом артефактов прошлого, включение ярких визуальных примеров достижения древневосточной научной мысли, моделирование «воображаемой ситуации» путешествия.

Для его организации выбирается «гид», предлагающий участникам тура совершить экскурс в прошлое, пропуском в которое является выполнение заданий: решение задач из папируса Ринда, московского и акминского папирусов, на вычисление площади круга, составление числовых рядов, действия с дробными числами, нахождение длин, площадей и объемов геометрических фигур. Задачи отбираются студентами из историко-методической литературы и оформляются для «путешественников» на «самолётных билетах» в разные страны. Решение задачи является пропуском через «таможенный контроль» и открывает студентам путь на Восток. Условием успешной работы «туристических групп» будут пояснения «гида», касающиеся методики решения старинных задач. Студенты делают вывод, что ученые прошлого умели работать с целыми и дробными числами, знали приближенное значение числа π, а также соотношения между мерами геометрических фигур. Во время посещения разных стран происходит знакомство с научными достижениями, развитием образования, использованием математических знаний в различных сферах жизни людей.

«Гид» отмечает, что математические традиции Древнего Востока оказали существенное влияние на сопредельные государства, в том числе содействовали раннему расцвету математической культуры закавказских народов. Целесообразным представляется использование материалов, раскрывающих взаимосвязи истории математики и отечественной культуры. На это, в частности, обращает внимание Т. С. Полякова в статье «Курс истории математики в педвузе в контексте отечественной культуры». Автор отмечает, что всеобщая история математики обладает достаточным потенциалом для её включения в контекст отечественной культуры, что связано, в первую очередь, с деятельностью представителей научного сообщества. Каждый из примеров, приводимых исследователем по изучению математики древних цивилизаций, служит доказательством высоких волевых, интеллектуальных и нравственных качеств российских учёных. Нельзя не согласиться и с рекомендациями автора об использовании связанных с изучаемым материалом поэтических текстов, что способствует развитию наглядно-образного мышления студентов [8].

В ходе путешествия студенты представляют задания, предварительно выполненные в индивидуальной или групповой форме:

1) выпишите из различных источников понравившиеся вам высказывания мудрецов Древнего Востока. Подготовьте комментарии к этим высказываниям;

2) подберите несколько восточных притч, связанных с темами «образование», «школа», «учитель и ученики», и расскажите их во время «перелёта». В чём философский смысл притчи?

3) расскажите об одной из школ Древнего Востока, приняв на себя роль «учителя» или «ученика» этой школы;

4) подготовьте наглядное пособие для учеников египетской школы с такими обозначениями ключевых чисел 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, которые были приняты в Древнем Египте;

5) используя историко-математические издания, приведите примеры классификации приёмов решения задач, записанных в вавилонских табличках;

6) познакомьтесь с кратким содержанием «Математики в девяти книгах». Как вы думаете, почему эта энциклопедия знаний древнекитайских учёных являлась основным учебником для поступающих на государственную службу?

7) приведите примеры, раскрывающие вычислительно-алгоритмическую направленность китайской математики;

8) К. А. Рыбников в «Истории математики» пишет, что главной особенностью индийской математики являлось преобладание вычислительных приёмов, преподносимых учащимся или читателям в догматической форме. Автор отмечает: «Среди арифметического материала обращает на себя внимание широкое распространение правила обращения: задумывается число, но противнику или ученику сообщают лишь последовательность операций над ним и конечный результат. Решение задачи состоит в последовательном проведении всех операций в обратном порядке» [9, с. 28]. Приведите примеры использования этого правила на уроках математики;

9) что вы знаете о требованиях к личности учителя, которые предъявлялись в древневосточных школах?

10) какие исторические факты свидетельствуют о том, что на Востоке образованность человека рассматривалась как непреходящая ценность?

Продолжением знакомства с путями исторического развития математики является ***«Встреча с Евклидом»***, которая выстраивается через персонификацию великого математика античности. Игровая форма позволяет смоделировать ситуацию диалога с прошлым, в котором происходят освоение профессионального опыта и творческое общение. Роль «Евклида» принимает на себя один из студентов, который в начале встречи рассказывает о своих трудах и научной школе в Александрии. Подробнее рассматриваются «Начала» и аксиоматический метод построения геометрии. Предварительная подготовка включает составление студентами серии вопросов для эвристической беседы с древним ученым. Приведём примеры таких вопросов:

1) что повлияло на возникновение математической теории в период античности?

2) какие математические знания античности обобщены в трактате «Начала»?

3) можно ли считать «Начала» энциклопедией математических знаний и для современной науки?

4) какова схема построения доказательств теорем, представленных в «Началах»?

5) какие определения, аксиомы и постулаты содержит первая книга «Начал»?

6) какие сведения из геометрической алгебры, планиметрии, теории пропорций и подобных фигур, теории чисел и стереометрии содержат книги «Начал»?

7) какие задачи древности считались неразрешимыми в рамках геометрической алгебры?

8) какими способами пытались решить задачи об удвоении куба, о квадратуре круга, о трисекции угла?

9) каков способ нахождения неограниченного числа пифагоровых троек, описанный в 10 книге «Начал»?

10) в чём заключается метод нахождения площадей и объёмов геометрических фигур, получивший название «метод исчерпывания»?

Ответы на вопросы могут иллюстрироваться решениями конкретных задач, например о «золотом сечении»: данную прямую рассечь так, чтобы прямоугольник, заключенный между целой и одним из отрезков, был равен квадрату на оставшемся отрезке. Сам «Евклид» приводит решение задачи так, как она была решена в «Началах»: «Пусть данная прямая будет AB; вот требуется AB рассечь так, чтобы прямоугольник, заключенный между целой и одним из отрезков, был равен квадрату на оставшемся отрезке. Надстроим на AB квадрат ABDC (предложение 46 книги I); рассечем AC пополам в точке E, соединим BE, продолжим CA до J, отложим EJ равную BE, надстроим на AJ квадрат JG и продолжим HG до K; я утверждаю, что AB рассечена в G так, что прямоугольник, заключенный между AB, BG, она делает равным квадрату на AJ» [13, с. 71–72]. Главный герой игры предлагает студентам сравнить формулировку задачи о «золотом сечении» и ее решение в прошлом с современными версиями из учебников математики.

Диалог времён и культур усиливается обсуждением пятого постулата Евклида, который безуспешно пытались доказать математики последующих веков. Появление неевклидовой геометрии, связанной с именем Н. И. Лобачевского, стало новым направлением в развитии математики, называемым «сферической геометрией». Студенты связывают два великих имени – Евклид и Николай Иванович Лобачевский – для раскрытия идеи о бесконечности научного познания. Результатом реализации формы является понимание учащимися вуза значения античного периода как этапа зарождения математики в качестве теоретической науки со строгим аксиоматическим построением. Форма убедительно иллюстрирует возникновение первых научных школ, представителями которых были Великие Учителя и Ученики.

Основная идея ***«Этностудии»*** заключается в раскрытии возможностей этнокультурного материала в преподавании математики. Студенты обращаются к потенциалу народных традиций и опыту их использования в умственном воспитании. Немаловажным является понимание того, что в народной педагогике существует многообразие средств, основанных на целенаправленном развитии детей, обогащении их интеллекта, формировании мотивации учения. К народным умственным играм можно отнести загадки, задачи-шутки, занимательные опыты и фокусы, головоломки, которые в социально-педагогической практике культивировались для разрешения познавательных задач, могли являться и содержанием, и методом, и формой умственного воспитания.

Проведению этностудии предшествует занятие по знакомству с традициями умственного воспитания, со способами приобретения элементарных математических навыков через ручной счёт, на основе считалок, загадок, сечек. Будущим учителям предлагается вспомнить, как они сами научились считать, что способствовало развитию их представлений о числе, в чём проявлялись исследовательский рефлекс и самостоятельность. Как показывает практика, студенты с удовольствием вспоминают, что научились считать с помощью счётных палочек, конфетных фантиков, спичечных коробок, монет, цифр и стрелок на часах. Отмечают факты, связанные с развитием математических представлений детей на природе, когда окружающий мир становится той развивающей средой, где первоначальное обучение происходит наиболее результативно. Ретровпечатления детства позволяют лучше понять особенности «учения с увлечением», рассмотреть некоторые закономерности формирования умственных действий и наглядных представлений о действительности, осмыслить роль игры в развитии интеллекта.

При подготовке к «Этностудии» студенты работают в мини-группах, выполняют задания по выбору, представляют результаты поиска, принимая на себя роли народных мастеров, умельцев, наставников. Первая группа знакомится с задачами из сборника В.И. Даля «Пословицы русского народа» (раздел «Счет»). Например, «Мужик купил три козы, заплатил за них двенадцать рублей, по чему каждая коза пришла? *(По земле)*»; «Купить на сто рублей сто скотин, платить – и по десяти рублей за одну, и по пяти рублей, и по пятидесяти копеек; по скольку скотин придется на каждую цену? *(По пятидесяти копеек девяносто скотин, по пяти рублей девять скотин, по десяти рублей одна скотина)*»; «Летело стадо птиц на рощу; сели по две на дерево – одно дерево осталось; сели по одной – одного не доставало. Много ль птиц и дерев? *(Три дерева и четыре птицы)*»; «Шел муж с женой, брат с сестрой да шурин с зятем, много ль всех? *(Трое)»*; «Шли две матери с дочерьми да бабушка со внучкой, нашли полтора пирога, помногу ль достанется? *(По половинке)»*; «Сидит три кошки, против каждой кошки две кошки, много ль всех?» *(Три)»* [2, с. 346–347]. Группе предлагается нарисовать компьютерные иллюстрации к задачам, придумать свои варианты загадок и выбрать самые удачные из них. Задания по отбору «цифровых» пословиц и поговорок, афоризмов, загадок можно осуществлять с использованием материалов традиционной культуры народов Урала.

В студии могут быть представлены работы студентов, которым предлагалось записать воспоминания своих родственников или знакомых о самых необычных или трудных задачах, которые им приходилось решать. Приведём одну из таких задач, записанную в качестве примера от Владимира Григорьевича Миклина (1953 г.р.): «Было 10 мешочков с золотыми монетами. В каждом мешочке 10 золотых монет. Каждая монета по 10 граммов, кроме одного. Один мешочек с фальшивыми монетами, каждая по 9 граммов. Как за одно взвешивание определить мешочек с фальшивыми монетами? Я долго думал над задачей, которую мне принёс знакомый из какого-то журнала или газеты, а потом догадался. Берём из первого мешочка одну монету, из второго – две, из третьего – три, и так далее, из десятого мешочка берём десять монет. Должно получиться пятьдесят пять монет. Если они по 10 граммов каждая, то это 550 граммов. Но фальшивая монета на 1 грамм меньше. Значит, сколько граммов не хватает до 550, в том мешочке и есть фальшивые монеты. Например, получилось 545 граммов. Фальшивые монеты в пятом мешочке, из которого было взято пять монет» [7]. Из разных типов задач нами выбрана «вневозрастная» задача, требующая логического способа решения, доступного и детям, и взрослым. Студенты могут самостоятельно составлять такие задачи, использовать их на уроках математики, во время проведения тематических недель, на школьных олимпиадах.

Вторая группа готовит игры народов мира, в которых есть цифры, счёт, задания на смекалку. Такие игры воспринимаются как совершенно новые, требующие освоения правил, самостоятельного разбора. Для студийного варианта нами использовался репертуар из популярного пособия «Игры детей мира» [4]. Для выбора ведущего применялись считалки с числами, «чет или нечет», числовые карточки. Каждая игра отличалась своими особенностями проведения. Вместе с тем студенты осваивали такие общие методические условия, как предложение игры, разъяснение её содержания и правил, показ отдельных фрагментов. Приобретение опыта осуществлялось и через изготовление игровой атрибутики. Так, французская «Игра в числа» потребовала подготовки игрового поля и полосок с цифрами разного цвета, непальская «Баг-чал» – фигурок с изображениями тигра и козы, турецкая «Киц-тавла» – двухцветной доски, чёрных и белых фишек, кубиков, либерийская «Загадки из камешков» – разных по форме и цвету камешков, индийская «Джендрапур» – поля из светлых и тёмных лоскутков, разноцветных фишек, половинок грецких орехов. Практика показала, что отдельные игры можно проводить на природе, например американскую игру «Скелли», в которой поле рисуется мелом на асфальте. Математические развлечения могут быть собраны в небольшие сборники и дополнены фотоматериалами.

Третьей группе предлагается подготовить материал о древнейших настольных играх, их влиянии на развитие умственной силы, математического мышления, формирование самодисциплины. Студенты представляют древнейшие настольные игры: манкала (большая семья игр с перекладыванием камешков), египетский сенет, утерянный ныне мехен, нарды, индийская игра шашечного типа «чаупар», домино и другие, часть из которых трансформировалась в развивающие игры для детей. Подробнее рассказывают об истории шахматной игры, проводят шахматно-шашечный турнир, на котором в роли мастера выступает самый подготовленный из студентов, показывают фрагменты видеоуроков гроссмейстеров. Целесообразно использовать информацию с сайтов и компьютерных форумов о достижениях юных шахматистов. Возможно представление современных развивающих игр для детей, в том числе компьютерных, в которых широко используются элементы настольных игр прошлого.

Обширный материал каждой части «Этностудии» позволяет организовать её в несколько этапов: каждая подгруппа проводит одно из занятий, связанное с другими общей идеей – использованием традиций умственного воспитания в современном образовании. Для индивидуальной работы предлагаются следующие задания по выбору:

1) используя справочные издания, раскройте основные понятия, относящиеся к старинным мерам и счётным единицам;

2) подготовьте тематический конспект «Народные игры в умственном воспитании школьников»;

3) познакомьтесь с публикацией «Математические задачи на основе фольклорного и краеведческого материала народов России», представленной

коллективом исследователей в журнале «Математика в школе» [5]. Приведите примеры математических задач, известных у разных народов России. С помощью компьютера нарисуйте понравившуюся вам фольклорную математическую задачу;

4) пользуясь материалами педагогических изданий и интернет-ресурсами, приведите примеры реализации потенциала народных традиций в преподавании математики;

5) прокомментируйте пословицы и мудрые высказывания народа: «Один, как бог, как перст, как порох в глазу, как верста в поле, как маков цвет»; «Одно «сегодня» лучше двух «завтра»; «Одна правда на свете живет»; «Двое дерутся, третий не мешайся»; «Грош да три деньги отложь»; «Без четырех углов изба не рубится»; «Семеро одну соломинку поднимают»; «Восьми гривен до рубля не хватает». Назовите другие пословицы, в которых есть числа;

6) подберите материал для проведения общешкольного праздника «Сказки в изучении математики»;

7) попробуйте объяснить, почему этнодидактика является одним из перспективных направлений развития научного знания в современном мире.

«Историко-математическая лаборатория» предполагает индивидуальное или групповое изучение студентами документальных источников, относящихся к преподаванию математики в прошлом. Для этой формы отбираются архивные и музейные документы, публикации из периодических изданий, краеведческие материалы. Приведём примеры двух исторических источников из Чердынского краеведческого музея имени А.С. Пушкина и возможных заданий по их математическому и историко-педагогическому анализу. В документах сохранены орфография и пунктуация оригиналов.

I. Из статьи Ф. Трубина «Какие из пожеланий первого всероссийского съезда преподавателей математики можно осуществить в настоящее время в средних учебных заведениях?», опубликованной в «Вестнике Оренбургского учебного округа» в 1912 году.

«Многочисленныя пожеланія относительно улучшенія преподаванія математики въ средней школе, которыя я слышалъ на 1-мъ всероссійскомъ съезде преподавателей математики, остались неразработанными въ окончательномъ виде до 2-го съезда, имеющаго быть в декабре 1913 года: и по окончательной разработке ихъ пройдетъ еще много времени до проведенія ихъ въ жизнь, если имъ и суждено осуществиться.

Въ настоящее же время я считаю возможнымъ провести следующія, хотя и не существенныя пожеланія съезда, не противоречащія министерскимъ программамъ:

1) Ввести наглядное изученіе математики, особенно же стереометріи, для чего полезно пріобрести хотя только два прибора: 1) универсальный прибор Полушкина, при помощи котораго можно строить изъ нитей всевозможныя прямолинейныя геометрическія тела, а также плоскія прямолинейныя фигуры и даже коническіе сеченія. <…> 2) разборный шаръ – наглядное пособіе для изученія шара и его частей. <…> Все же остальныя наглядныя пособія следует предлагать делать самимъ ученикамъ изъ дерева, бумаги, проволоки и т.п. (лабораторный методъ). Последнее развивает самодеятельность учащихся, пространственное представленіе и интересъ къ предмету. Кроме того, замечаетъ въ своемъ докладе Шохоръ-Троцкій, в періодъ 15–16-ти летняго возраста у юношей при ихъ половомъ развитіи накопляется много энергіи, требующей физической работы; и следовательно этимъ путемъ достигается двоякая цель – гигіеническая и учебная.<…>

2) Для развитія самодеятельности и интереса учащихся къ математике, на что было обращено вниманіе съезда, считаю полезнымъ созданіе ученическаго математическаго журнала, – общаго для несколькихъ учебныхъ заведеній города, где помещались бы статьи оригинальныя и переводныя, а также задачи для учащихся.

3) При прохожденіи курса математики ввести историческій элементъ, но не въ виде самостоятельнаго предмета, а только сообщать ученикамъ некоторыя сведенія изъ истории математики попутно при объясненіи новаго урока, что также может возбудить интересъ къ предмету.

4) При прохожденіи курса геометріи, а особенно тригонометріи устраивать геодезическія экскурсіи, въ которыхъ принимали бы участіе желающіе ученики старшихъ классовъ. Эта мера будет полезна для развитія пространственнаго представленія учащихся, более основательнаго усвоенія курса тригонометріи, а также иметь и практическое значеніе для будущихъ техниковъ. Это предложеніе было высказано на съезде Левитусомъ, преподавателемъ математики въ гимназіи и геодезіи въ одномъ изъ высшихъ техническихъ учебныхъ заведений, который на возраженіе одного инженера относительно невозможности выполненія его предложенія въ виду трудности таковыхъ работъ даже для студентовъ техниковъ ответилъ, что онъ производилъ такія экскурсии, какъ въ средней, такъ и высшей школе и убедился, что учащіеся средней школы выполняют эту задачу ничуть не хуже студентовъ, что объясняется отчасти большимъ интересомъ со стороны учащихся средней школы, а также и темъ, что студенты въ детстве не развивали своихъ способностей въ этомъ направленіи и имъ теперь уже дается это труднее.

Геодезические экскурсіи въ весеннее время проводились въ 1886 – 1902 годахъ Н. А. Бравинымъ в Уфимской мужской гимназіи, которыя давали всегда желательные результаты.

5) На съезде не мало говорилось о необходимости введенія въ курсъ гимназіи аналитической геометріи и анализа бесконечно-малых величинъ. Я считаю возможным для желающихъ учениковъ 8-го и даже 7-го класса по праздникамъ (разъ в неделю) ввести курсъ аналитической геометріи на плоскости в прямоугольныхъ координатахъ, въ возможности чего я убедился на собственномъ опыте. С половины ноября 1911 года по праздникамъ я даю желающимъ ученикамъ 8-го класса уроки аналитической геометріи, къ которымъ они проявляютъ большой интересъ.

6) Возможно еще въ настоящее время ввести идею функціональной зависимости и графическій методъ, который послужитъ наглядным изображеніемъ алгебраическихъ формулъ и нагляднымъ решеніемъ уравненій, на что также было обращено вниманіе съезда.

Я говорю возможно потому, что уже существуютъ учебники для среднихъ учебныхъ заведеній, составленные въ этомъ духе, напр. Курсъ алгебры Лебединцева, допущенный Учен. Комитетомъ М. Н. П. въ качестве учебнаго руководства для среднихъ учебныхъ заведеній.

Упомянутыя пожеланія съезда, при проведеніи ихъ въ жизнь, не меняютъ кореннымъ образомъ настоящаго положенія дела, а только послужатъ способами для более легкаго и интереснаго усвоенія курса математики въ средней школе. Все это по отдельности уже применялось некоторыми преподавателями Россіи, а съездъ только далъ возможность сконцентрировать эти способы обученія и сделать ихъ достояніем всехъ преподавателей математики» [11].

Вопросы и задания к историческому документу.

1. Познакомьтесь со статьёй Ф. Трубина «Какие из пожеланий первого всероссийского съезда преподавателей математики можно осуществить в настоящее время в средних учебных заведениях?», представленной в «Вестнике Оренбургского учебного округа» в 1912 году. Используя материалы документа и современных публикаций в периодических изданиях, сравните вопросы, которые обсуждались на съездах преподавателей математики в прошлом, с проблемами, которые обсуждаются педагогами сегодня.

2. Ответьте на следующие вопросы: какие из пожеланий съезда, представленные в статье, нашли отражение в современной образовательной практике? насколько актуально изучение истории математики в современной школе? используются ли сегодня наглядные средства, изготовленные детьми? нужны ли современной школе ученические математические журналы? считаете ли вы целесообразным проведение образовательных экскурсий в процессе изучения математики?

3. Разработайте экскурсионную форму обучения, целью которой является применение математических знаний на практике. Например, экскурсии на строительную площадку, по составлению плана местности, интегрированную экскурсию по ознакомлению школьников с основами геологии и последующим проведением математических расчётов.

4. Подготовьте материалы методических разработок для презентации в студенческой группе или на факультете. В чём состоит отличие ваших разработок от имеющихся в методической литературе?

II. Из «Отчета о письменных работах по геометрии, исполненных ученицами VII-х классов женских гимназий Оренбургского учебного округа на испытаниях в 1912 году», составленного директором Уральского войскового реального училища Э. Галлером.

«Просмотръ экзаминаціонныхъ работъ по геометріи, исполненныхъ въ 1912 году ученицами VII-хъ классовъ женскихъ гимназій округа, приводитъ къ следующимъ заключеніямъ.

1. По вопросу объ экзаминаціонныхъ темахъ.

Во многихъ гимназіяхъ ученицамъ были предложены задачи чисто вычислительнаго характера, для решенія которыхъ къ геометрическимъ доказательствамъ прибегать почти не приходится. Такія темы следуетъ считать не подходящими для экзамена по геометріи. <…>

2. Относительно такъ называемаго «решенія», т.е. вычислительной части, следуетъ отметить следующее.

Въ громадномъ большинстве работъ вовсе не имеется решенія въ общемъ виде, которое следуетъ признать, если не безусловно обязательнымъ, то весьма желательнымъ. Известно, что алгебраическій методъ решенія задачъ имеетъ много преимуществъ передъ арифметическимъ. Алгебраическая формула, получающаяся при решеніи вопроса въ общем виде, содержитъ въ себе все решеніе какъ бы въ концентрированномъ виде, указываетъ на зависимость между искомымъ и даннымъ, чемъ облегчаетъ изследованіе вопроса и предохраняетъ отъ лишнихъ вычисленій.

Затемъ, во многихъ работахъ встречаются грубыя ошибки въ постановке наименованій меръ при числахъ. Не говоря уже о томъ, что многія ученицы по невниманію и небрежности употребляютъ линейныя, квадратныя и кубическия меры совершенно безразлично <…>

3. В большинстве работъ «решеніе» резко отделяется отъ «объясненія», которому ученицы склонны придавать лишь второстепенное значеніе. Такого же мненія придерживаются, повидимому, и некоторые изъ *преподающихъ и прежде всего те, которые разрешаютъ ученицамъ писать объяснение прямо на-бело. Однако такой взглядъ следуетъ признать ошибочнымъ. Работа должна быть написана въ такомъ порядке, чтобы читающій сразу виделъ весь ходъ мыслей решающаго. Если же решеніе отделено отъ объясненія, то читающій сперва видитъ выводы, а затемъ только знакомится съ положеніями, изъ которыхъ они получены. Чтеніе такой работы производитъ почти такое же впечатленіе, какъ, если бы мы стали читать книгу черезъ строчку, и дочитавъ ее до конца, вернулись бы къ началу, чтобы прочесть пропущенные строчки.*

Объясненіе неотделимо отъ решенія и должно итти съ нимъ параллельно.

4. Объясненіе въ геометрической работе имеет весьма существенное значеніе, такъ какъ голое решеніе не даетъ возможности определить, на сколько сознательно решающій исполнилъ работу. Но къ сожаленію, только въ очень немногихъ гимназіяхъ ученицы дали достаточно обстоятельное объясненіе, содержащее почти все необходимое и почти ничего лишняго. В большинстве же гимназій объясненіе представляетъ самую слабую сторону работъ.

Одинъ изъ главныхъ недостатковъ объясненія въ большинстве работъ следует признать недостаточную полноту его и даже почти полное отсутствіе необходимыхъ доказательствъ во многихъ работахъ. Многія ученицы разсуждали такъ, какъ будто имъ данъ готовый чертежъ, на которомъ все необходимыя вспомогательныя линіи уже проведены и все свойства линій и фигуръ, на которыхъ основывается решеніе, имъ заранее указаны. <…>

Вообще же объясненіе въ геометрической работе должно состоять въ следующемъ. Начертивъ указанную въ задаче фигуру или тело, ученица должна пояснить, какия она проводитъ вспомогательныя поверхности и линіи и какъ, описать взаимное расположеніе техъ элементов чертежа, которыми ей придется пользоваться, доказать необходимыя ей для решенія свойства этихъ элементовъ ссылками на теоремы, входящія въ обязательный курсъ, и доказать нужныя ей теоремы, не входящия въ этотъ курсъ.

Вторымъ крупнымъ недостатком объясненія я считаю обиліе грубыхъ неточностей геометрическаго характера. Ученицы пишутъ: «Опустимъ перпендикуляръ изъ вершины пирамиды въ центръ основанія», «Двугранный уголъ равенъ своему линейному», «Квадратъ катета равенъ разности между гипотенузой и другимъ катетомъ», «Квадратомъ называется четырехугольникъ съ равными сторонами», «Въ равныхъ треугольникахъ все стороны равны» и т.п. Подобныя выраженія совершенно обезцениваютъ работу, такъ какъ вместо точныхъ доказательствъ получается только рядъ намековъ и часто невозможно определить, понимаетъ ли ученица то, что она пишетъ.

Этотъ недостатокъ находится въ связи съ третьимъ крупным недостаткомъ, а именно слишкомъ беззаботнымъ отношениемъ ученицъ къ языку. Вместо связнаго, яснаго, точнаго, последовательнаго и грамматически-правильнаго рассказа, во многихъ работахъ можно найти только обрывки мыслей, ни чемъ между собой не связанные, а иногда просто какія то шарады и даже, по выраженію одного преподавателя «детский лепет». Знаки препинанія и прописныя буквы во многихъ работахъ почти совсемъ изгнаны изъ употребленія, такъ что вся работа представляетъ какъ бы одинъ длинный періодъ, разобраться въ которомъ не легко. <…>

5. Многія работы носятъ явные следы несамостоятельности и не заметить этаго можно только въ томъ случае, если намеренно не обращать вниманія на это обстоятельство. Какъ ни трудна борьба со списываніемъ, она обязательна для всехъ преподающихъ и надзирающихъ. <…>

7. Нельзя не обратить вниманія на то, что въ некоторыхъ гимназіяхъ экзаменъ продолжался чрезвычайно долго. Точно определить продолжительность экзамена во многихъ гимназіяхъ нельзя, такъ какъ протоколы испытаній не доставлены и на работахъ учениць не везде имеются пометки о времени подачи ихъ. В особенности долго продолжался экзаменъ въ следующихъ гимназіяхъ: Бирской (6 час. 40 мин.), Екатеринбургской 2-ой (7 час.), Златоустовской (7 час.), Красноуфимской (8 час. 20 мин.), Кустанайской (8 час.), Осинской (6 час. 16 мин.) и Оханской (6 час.).

8. Отношеніе комиссии къ работамъ, конечно, не одинаково, такъ какъ установить какія либо нормы въ этомъ отношеніи крайне затруднительно. <…>

9. Нельзя не обратить вниманія на то, что въ несколькихъ гимназіяхъ (Оренбургской 1-ой и Комаровой, Пермской Барабатенко и др.) оценка некоторыхъ работъ произведена очень странно: работы, несодержащія почти никакихъ серъезныхъ недостатковъ, признаны неудовлетворительными въ то время, какъ работы, содержащіе иногда даже грубыя ошибки, оценены хорошими баллами. Для объясненія такого отношения къ работамъ мотивировку балловъ следуетъ признать обязательной» [6].

Вопросы и задания к историческому документу.

1. Познакомьтесь с материалами из отчёта Э. Галлера о письменных работах по геометрии, выполненных ученицами VII-х классов женских гимназий Оренбургского учебного округа в 1912 году. Используя документ, опишите проведение письменных экзаменов в образовательных учреждениях в прошлом. Сравните с проведением письменных экзаменов в современной школе.

2. Ответьте на следующие вопросы: актуальны ли замечания, представленные в отчёте, для практики выполнения письменных работ по геометрии в современной школе? какие ошибки, допущенные при выполнении экзаменационных работ, автор рассматривает как грубые нарушения? как объясняет причины этих ошибок? согласны ли вы с правилами оформления и объяснения геометрической работы, которые предложены автором в качестве образца? какие «следы несамостоятельности» можно встретить в работах современных школьников? существуют ли сегодня нормы времени для выполнения текущих и итоговых экзаменационных работ? встречались ли вы в своей практике с предвзятым отношением проверяющих к оценке ученических работ? какие требования к выставлению оценок по математике существуют сегодня?

3. Составьте задания для контрольной работы по геометрии в 8 классе, учитывая программные требования и рекомендации к самостоятельной работе школьников, предъявляемые современной методикой преподавания математики.

4. Во время педагогической практики апробируйте составленные задания и проанализируйте ошибки, допущенные учениками.

5. Используя материалы краеведческих изданий и исторические документы, подготовьте сообщение о самостоятельной работе учеников в образовательных учреждениях на Урале до 1917 года.

Достаточно сложной формой самостоятельной работы является проект ***«Математическая энциклопедия»***, посвященный созданию электронного пособия, которое приобретает все большую популярность в образовательной практике. К основным достоинствам такого пособия можно отнести интерактивность, возможность структурирования информации, использование мультимедийных функций, редактирование и дополнение данных. Целью информационного проекта является самостоятельное обобщение и систематизация знаний по истории математики, что позволяет объединить разные направления изучения материала: исторические периоды развития науки, содержательные линии математики, биографии великих учёных.

Информация об истории математики отбирается студентами из различных источников, включая учебные пособия, электронные ресурсы, профессиональные журналы. В качестве ориентира для структурирования материала первого раздела может быть взята книга известного голландского математика и историка математики Д. Я. Стройка «Краткий очерк истории математики» [10]. Этот раздел энциклопедии содержит материал, расположенный в хронологическом порядке. Для каждого периода отбирается историко-культурологическая информация, достижения в развитии математического знания, знаковые открытия учёных. В первый раздел включается материал о решении некоторых исторических задач, являвшихся ключевыми в развитии математики. К ним относятся задачи о квадратуре круга, трисекции угла, удвоении куба, вычислении числа π, а также задачи, решение которых способствовало дальнейшему развитию науки. Студенты представляют решения задач о квадратуре алгебраической кривой, на составление числовых рядов, о Кенигсбергских мостах. При характеристике отдельных периодов истории на страничках размещаются задачи практического характера, например связанные с составлением календарей и вычислением даты Пасхи. Опираясь на способы, известные ученым античности и средневековья, студенты самостоятельно рассчитывают даты Пасхи и оформляют материал в виде таблицы.

Второй раздел энциклопедии посвящён основным содержательным линиям математики: алгебре, математическому анализу, геометрии. Для каждой из них формируется база данных об учёных, их философских взглядах, рассматриваемых проблемах и результатах их решения. Приведём несколько примеров. Известно, что становление алгебры как науки связано с именем среднеазиатского ученого Мухаммеда ибн Муса аль-Хорезми. На соответствующей страничке размещается информация о его труде "Краткая книга об исчислении алгебры и аль-мукабалы», посвящённом решению уравнений. Из первой части труда студенты представляют основные виды уравнений первой и второй степени, рассматривают их характеристики и правила решения, приводят геометрические доказательства этих правил с опорой на теорию построения с помощью циркуля и линейки. Из второй части работы размещаются конкретные примеры задач, связанных с измерением земли, строительством каналов, сделками и завещаниями. Отбирается информация об алгебраических методах решения задач, приводятся некоторые общие правила, связанные с вычислением пропорций, нахождением площадей многоугольников и объема усеченной пирамиды, отмечается значение алгебраического труда учёного для дальнейшего развития математики в Европе.

С математическим анализом связаны имена великих учёных Готфрида Вильгельма Лейбница и Исаака Ньютона, разработавших независимо друг от друга теорию дифференциального и интегрального исчисления. Страничка, посвященная немецкому математику, содержит информацию о его философских учениях, математических открытиях, исследованиях в области вычислительной техники. Размещаются карта поездок учёного в другие страны и интерактивная схема с именами его великих предшественников и современников. При рассмотрении трудов Лейбница по дифференциальному и интегральному исчислению приводятся задачи на определение суммы чисел, обратных треугольным, а также задачи, которые ученый решал с помощью своей теории максимумов и минимумов. Страничка, посвящённая английскому учёному, отражает многогранность его деятельности в области физики, математики, механики, астрономии. По каждой из областей приводятся знаковые открытия и их значение для науки и практики. Помещаются творческие разработки занятий для школьников, в которых представлены материалы о фундаментальном труде Ньютона «Математические начала натуральной философии», о годах обучения и преподавания в Тринити-колледже, об учителях и учениках, об образе великого учёного в художественных произведениях.

При составлении раздела, посвященного геометрии, на страничке «Николай Иванович Лобачевский» размещаются биографические материалы, интересные факты из студенческой жизни, научной и педагогической деятельности. Отмечается влияние университетских преподавателей на формирование интереса учёного к математическим дисциплинам. Представлено описание основного труда по геометрии "Новые начала геометрии с полной теорией параллельных" с размещением отдельных частей оригинала. Информация подкрепляется иллюстративным материалом о неевклидовой геометрии и примерами практического применения нового знания. Студенты также отбирают материал, посвященный увековечиванию памяти Н.И. Лобачевского в названиях образовательных учреждений, улиц, космических объектов, примеры из литературы и искусства, в которых представлен образ учёного и его открытие «новой геометрии».

Литературно-поэтическим дополнением энциклопедии являются интересные факты из жизни учёных, отрывки из литературных произведений математиков, стихи и проза об открытиях в науке. Занимательная страница может включать материал о математиках-сказочниках: Льюисе Кэрроле, Алане Александре Милне, Антуане де Сент-Экзюпери, Александре Мелентьевиче Волкове. Интересными могут быть юмористические истории и анекдоты, связанные с математиками и их открытиями. Такой материал отбирается из предметных журналов и при желании иллюстрируется рисунками, коллажами, шаржами самих студентов. Здесь же могут размещаться и авторские произведения будущих учителей математики и преподавателей института, посвящённые математическому творчеству.

Разработка и апробация форм самостоятельной работы позволяет выделить условия их успешного использования с целью формирования общекультурных и профессиональных компетенций. К таким условиям следует отнести создание культурной среды, позволяющей студентам ориентироваться на исследовательский поиск и творчество, органичное включение историко-математического материала в контекст аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы, сочетание традиционных и инновационных подходов к использованию историко-математического материала, овладение будущими учителями методикой организации вариативных технологий и форм изучения истории математики. Результатом самостоятельной работы студентов является знание основных периодов в развитии математики и соответствующих им открытий, сформированность представлений о складывании научных школ, умения анализировать источники по изучению историко-математического материала и выбирать направления индивидуального или коллективного исследовательского поиска, применять полученные знания, методики и технологии при проведении уроков математики, во внеклассной и внешкольной работе по предмету.

Список литературы и источников

1. Головина, О. В. О преподавании истории математики в западноевропейских университетах второй половины XX века [Текст] / О. В. Головина // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6. – Режим доступа: www.science-education.ru/120-15934.

2. Даль, В. И. Пословицы русского народа [Текст] / В. И. Даль. – М.: Эксмо, ННН, 2005.

3. Дробышев, Ю. А. Историко-математическая подготовка будущего учителя математики [Текст]: монография / Ю. А. Дробышев. – М.: Дрофа, 2010. – 88 с.

4. Игры детей мира [Текст]: популярное пособие для родителей и педагогов / сост. Т. И. Линго; худ. М. В. Душин, В. Н. Куров. – Ярославль: Академия развития, 1998. – 176 с.

5. Математические задачи на основе фольклорного и краеведческого материала народов России (часть I) [Текст] / Н. И. Мерлина, А. В. Мерлин, С. А. Карташова, Н. М. Евтыхова, А. И. Петрова, Л. Д. Дугаржалова // Математика в школе. – 2012. – №7. – С. 49 – 58.

6. Отчет о письменных работах по геометрии, исполненных ученицами VII-х классов женских гимназий Оренбургского учебного округа на испытаниях в 1912 году. Составил Директор Уральского войскового реального училища Э. Галлер [Текст]. – Уфа, 1915 год // МБУ «Чердынский краеведческий музей имени А. С. Пушкина». Кол. 6257.

7. Педагогический архив Е.В. Протасовой. Записи беседы с В. Г. Миклиным. Соликамск, март, 2015 год.

8. Полякова, Т. С. Курс истории математики в педвузе в контексте отечественной культуры [Текст] / Т. С. Полякова // Математика в школе. – 2013. – № 6 – 7.

9. Рыбников, К. А. История математики [Текст]: учебник / К. А. Рыбников. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 496 с.

10. Стройк, Д. Я. Краткий очерк истории математики [Текст] / Д. Я. Стройк; пер. с нем. – 5-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 256 с.

11. Трубин, Ф. Какие из пожеланий 1-го всероссийского съезда преподавателей математики можно осуществить в настоящее время в средних учебных заведениях? [Текст] / Ф. Трубин // Вестник Оренбургского учебного округа. – 1912. – № 1. – С. 30 – 32 // Из фондов МБУ «Чердынский краеведческий музей имени А.С. Пушкина».

12. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 050100 Педагогическое образование (квалификация (степень) «бакалавр») [Текст]. – Введ. 2011–17–01. – М., 2011.

13. Чистяков, В. Д. Старинные задачи по элементарной математике [Текст] / В. Д. Чистяков. – Изд. 3-е, испр. – Минск: Вышэйшая школа, 1978. – 272 с.

УДК 378.1

Глава 5. МОДЕЛЬ РЕАЛИЗАЦИИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В ИНТЕРАКТИВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

REMOTE TECHNOLOGIES AS MEANS OF DEVELOPMENT OF INFORMATION COMPETENCE OF STUDENTS OF PEDAGOGICAL UNIVERSITIES IN TEACHING MATHEMATICS

Рихтер Татьяна Васильевна
Пермский государственный национальный исследовательский университет, Соликамский государственный
педагогический институт,
tatyanarikhter@mail.ru, Соликамск, Россия

Richter Tatyana Vasilyevna
Perm state national research University, Solikamsk state
pedagogical Institute,
tatyanarikhter@mail.ru, Solikamsk, Russia

Аннотация. Публикация посвящена разработке модели реализации педагогических условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в интерактивной образовательной среде, включающей мотивационную, регламентационную, процессную, формирующую, содержательную, организационную, диагностическую, корректирующую подсистемы.

Abstract. The publication is dedicated to the development of the implementation model of pedagogical conditions of formation of professional competence of future teachers of mathematics in an interactive educational environment, including motivational, regulatory, process, form, content, organizational, diagnostic, corrective subsystem.

Ключевые слова: профессиональная компетентность; модель; педагогические условия; математика; студент; педагогический вуз; интерактивные методы; дистанционное обучение.

Keywords: professional competence; model; pedagogical conditions; math; student; pedagogical University; interactive methods; distance learning.

Современные тенденции развития российского общества, определяющие новые требования к компетентности граждан, указывают на необходимость модернизации образовательной политики государства, соответствующей актуальным и перспективным потребностям личности, направленной на оптимизацию методов и технологий процесса обучения, переосмысление его целей и результатов. Данные преобразования непосредственно касаются системы профессионального педагогического образования, которая должна обеспечить общество квалифицированными выпускниками, способными к разносторонней профессиональной и социально-культурной деятельности, творческому саморазвитию и самореализации, самостоятельному принятию ответственных решений в ситуации выбора, обладающими конкурентоспособными качествами и профессиональной мобильностью, готовыми к сотрудничеству, умеющими предоставлять качественные образовательные услуги, соответствующие потребностям рынка, общества, государства, что отмечено в таких нормативно-законодательных документах, как Закон «Об образовании РФ», Концепция долгосрочного социально-экономического развития РФ на период до 2020 года, Концепция развития исследовательской и инновационной деятельности в российских вузах, Национальная образовательная инициатива «Наша новая школа», федеральный государственный образовательный стандарт.

В настоящее время критерием профессионально-педагогической подготовки будущих учителей является профессиональная компетентность, под которой понимается современный социокультурный образовательный феномен, обусловленный сочетанием традиционного и инновационного в отечественной педагогике, появлением новых целей и ценностей образования [2, с. 66].

Различным аспектам профессиональной компетентности учителя посвящены работы таких авторов, как В. В. Абрамова, В. А. Адольф, Л. А. Башарина, Ю. В. Варданян, А. А. Воротникова, Г. С. Вяликова, О. С. Гришечко, Н. Н. Двуличанская, Г.И. Захарова, М. Н. Карапетова, Н. В. Карнаух, Н. В. Кузьмина, М. И. Лукьянова, А. К. Маркова, Н. В. Матяш, С. В. Мелешина, Н. Л. Московская, Д. С. Нестеров, В. Р. Попова, С. С. Савельева, Г. К. Селевко, В. Я. Синенко и др.

Теоретико-методологическими основами исследования являются положения, разработанные в следующих теориях:

– деятельности и развития личности в обучении (Ю. К. Бабанский, Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, Б. С. Гершунский, С. В. Кульневич, А. Н. Леонтьев, И. Я. Лернер, А. М. Матюшкин, М. И. Махмутов, А. В. Мудрик, М. Н. Скаткин, Н. Ф. Талызина, Д. Б. Эльконин и др.);

– содержания образования (В. В. Краевский, И. Я. Лернер, М. Н. Скаткин и др.);

– систем и организации системных исследований (Н. Т. Абрамова, А. Н. Аверьянов, В. Г. Афанасьев, И. В. Блауберг, Т. А. Ильина, В. Н. Садовский, А. И. Уемов, В. Д. Шадриков, Э. Г. Юдин и др.);

– деятельностно-праксеологического подхода (Л. П. Буева, В. Гаспарский, М. В. Демин, И. А. Зимняя, Т. Котарбинский, А. Н. Леонтьев, Э. С. Маркарян, С. Л. Рубинштейн и др.);

– личностного подхода (К. С. Абульханова-Славская, Б. Г. Ананьев, В. В. Давыдов, А. Н. Леонтьев, Л. М. Митина, С. Л. Рубинштейн, Г. И. Щукина, Б. Д. Эльконин и др.);

– компетентностного подхода (В. А. Адольф, А. В. Андреев, В. И. Байденко, В. А. Болотов, В. Н. Введенский, А. А. Вербицкий, Э. Ф. Зеер, И. А. Зимняя, А. К. Маркова, О. Н. Олейникова, И. Д. Шадриков, А. В. Хуторской и др.);

– интерактивного подхода (Н. А. Багрова, Б. Ц. Бадмаев, А. А. Балаев, Г.

М. Бросалина, А. К. Быков, А. А. Вербицкий, Л. К. Гейхман, В. В. Гузеев, Ю. Н. Емельянова, М. В. Кларин, Н. Ю. Мурадова, И. В. Роберт, Т. С. Панина, Л. В. Пироженко, Е. С. Полат, Г. К. Селевко, А. Ф. Сторонин и др.);

– педагогических систем (В. П. Беспалько, Ю. А. Конаржевский, З. И. Тюмасева и др.);

– педагогической деятельности (З. М. Большакова, Н. В. Кузьмина, Е. А. Мартынова, В. А. Сластенин, Н. О. Яковлева, В. А. Якунин и др.);

– педагогического управления (Е. А. Гнатышина, Ю. А. Конаржевский, И. О. Котлярова, М. М. Поташник, С. А. Репин и др.);

– развития профессионального образования (О. А. Абдуллина, Н М. Александрова, С. И. Архангельский, С. Я. Батышев, А. П. Беляева, В. Л. Беспалько, В. М. Демин, П. Ф. Кубрушко, В. С. Леднев, А. М. Новиков, Г. К. Селевко, В. А. Сластенин, Е. В. Ткаченко, И. Г. Шамсутдинова и др.);

– профессиональной подготовки учителей в вузе (С. И. Архангельский, В. В. Базелюк, Е. П. Белозерцев, А. П. Беляева, В. П. Беспалько, З. И. Васильева, Л. К. Гребенкина, В. И. Загвязинский, В. С. Елагина, Э. Ф. Зеер, И. А. Зязюн, В. А. Козырев, И. А. Колесникова, Н. В. Кузьмина, А. К. Маркова, Л. М. Митина, В. А. Сластенин, И. И. Соколова, А. П. Тряпицына, Н. М. Яковлева и др.);

– формирования профессиональной компетентности учителя (Б. В. Авво, В. А. Адольф, А. Л. Андреев, Ю. В. Варданян и др.);

– природы творчества педагога (Л. А. Башарина, В. А. Кан-Калик, Н. Д. Никандров, А. В. Мудрик и др.);

– диалогического взаимодействия (А. Н. Асташева, В. С. Библер, С. Ю. Куганов и др.);

– самообразования (М. Г. Гарунов, Г. С. Сухобская, Л. М. Фридман и др.);

– педагогического эксперимента (Дж. Гласс, А. С. Казаринов, Дж. Стэнли и др.).

Однако при существующем многообразии концептуальных идей исследователей, направленных на анализ теоретико-практических аспектов проблемы, в науке недостаточно уделено внимания изучению педагогических условий формирования профессиональной компетентности студентов педагогических вузов в интерактивной образовательной среде. Одновременно в научно-педагогических трудах недостаточно раскрыты механизмы их реализации, позволяющие свободно адаптироваться будущим учителям в современном обществе через самореализацию в профессиональной деятельности.

В настоящее время существующая тенденция высшего педагогического образования, заключающаяся в достижении интеграции потребностей личности и социума, способствует созданию благоприятной ситуации для переосмысления сущности профессиональной подготовки будущего учителя, готового к эффективному осуществлению профессиональной деятельности на основе использования знаний, субъективного опыта и личностных приоритетов.

В своем исследовании Н. Н. Двуличанская под профессиональной компетентностью понимает интегральное качество, которое характеризуется способностью и готовностью применять знания и умения для продуктивного выполнения профессиональных функций, в том числе проблемного характера, на основе ценностного самоопределения, опыта деятельности [3].

С. С. Савельева считает, что в целом развитие концепции формирования профессиональной компетентности учителя можно представить как поступательное динамичное изменение содержательного, процессуального и технологического аспектов данного феномена в контексте существующих тенденций мирового и отечественного образовательного пространства. Одной из таких тенденций является направленность политики государства и развития науки на улучшение качества общего и профессионального образования, а профессиональная компетентность учителя выступает на сегодняшний день ведущей характеристикой профессионализма [7, с. 14].

В современных исследованиях, которые анализируют проблемы компетентностного подхода в образовании, компетенции ассоциируются с различного рода умениями, а компетентности указывают на степень развитости тех или иных умений.

Изучение состояния данной проблемы в теории и практике высшей школы позволило сделать вывод о том, что профессиональная компетентность студентов педагогического вуза не формируется самостоятельно. Под данным процессом, требующим целенаправленных действий, понимается систематизированное накопление положительных количественных и качественных изменений в содержании данного вида компетентности и достижение диалектического единства ее составляющих в специально организованном учебно-воспитательном процессе.

Профессиональная компетентность в настоящее время определяется уровнем профессионального образования, опытом и индивидуальными способностями человека, его мотивационными стремлениями к непрерывному самообразованию и самосовершенствованию, творческим и ответственным отношением к делу.

В данном исследовании рассмотрим особенности разработанной модели реализации педагогических условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в интерактивной образовательной среде.

Базовая структура профессиональной компетентности учителя характеризуется ценностным самоопределением в отношении педагогической деятельности, компетентностью в области преподаваемого предмета, методической и психологической готовностью к работе в различных педагогических системах.

С. С. Савельева под профессиональной компетентностью учителя понимает образовательный феномен, представляющий собой интегративное многоуровневое личностное образование, основанное на положительных мотивах выбора профессии, совокупности системных знаний, умений и навыков, практическом опыте, рефлексивной деятельности, диалогической культуре, выражающихся в теоретической и практической готовности и способности специалиста к эффективному решению образовательно-воспитательных задач [7, с. 62].

Анализ подходов к определению понятий «профессиональная компетентность учителя» и «профессиональные компетенции» в работах Н. Н. Двуличанской, И. А. Зимней, Н. В. Кузьминой, С. С. Савельевой, А. В. Хуторского и др. позволил определить структуру профессиональной компетентности будущего учителя математики, включающую предметную, методическую, управленческую, организационную и коммуникативную составляющие. Исходя из вышесказанного, перечислим основные профессиональные компетенции, которыми должен обладать будущий учитель математики: владение современными образовательными технологиями (умения использовать разнообразные приемы, формы, методы, разрабатывать рабочую образовательную программу, организовывать исследовательскую работу школьников), владение технологиями педагогической деятельности (умения оценивать эффективность и результативность процесса обучения, учитывать уровень освоенности знаний, умений, навыков), квалифицированная работа с различными источниками информации (умения оптимизировать и разрабатывать информационные ресурсы), грамотное использование автоматизированных рабочих мест, умения вырабатывать стратегию взаимодействия со школьниками, коллегами и родителями, умение убеждать и аргументировать свою точку зрения, использование законодательных документов в педагогической деятельности (знание федерального государственного образовательного стандарта, стратегии образования в России).

Формирование профессиональных компетенций студентов педагогического вуза происходит наиболее успешно в процессе обучения, способствующего активизации образовательной деятельности на основе диалоговых форм и проявлений личностных функций.

Сложный и многоаспектный процесс формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в интерактивной образовательной среде требует использования таких теоретико-методологических подходов, которые бы обеспечивали его организационную комплексность, позволяли изучать структуру подготовки к профессиональной деятельности с позиции повышения ее эффективности [8, с. 8]. Продуктивное решение данной задачи обеспечивают следующие подходы:

1) личностный подход (Б. Г. Ананьев, А. Г. Асмолов, А. А. Бодалев, А. К. Маркова, Л. М. Митина и др.) обеспечивает индивидуальное своеобразие в развитии личности, учитывает ее индивидуальные особенности, предоставляет возможности для максимального развития способностей;

2) системный подход (А. Н. Аверьянов, П. К. Анохин, И. В. Блауберг, М. А. Данилов, Ф. Ф. Королев, Б. Ф. Ломов, Э. Г. Юдин и др.) позволяет рассматривать процесс формирования профессиональной компетентности как целостную систему, являющуюся важнейшим компонентом процесса подготовки будущего учителя;

3) деятельностно-праксеологический подход (Л. П. Буева, В. Гаспарский, А. А. Греков, М. В. Демин, Т. Котарбинский, В. С. Лазарев, А. И. Мищенко, В. А. Сластёнин, В. В. Сериков, Е. Н. Шиянов и др.) характеризует содержательное наполнение образовательного процесса и состоит в определении особенностей деятельности субъектов по эффективному формированию профессиональной компетентности;

4) компетентностный подход (Е. Б. Апкарова, В. И. Блинов, В. А. Болотов, А. Г. Глазунов, Д. С. Ермаков, О. Е. Лебедев, О. Д. Прянишникова, С. С. Савельева, В. В. Сериков, Ю. Г. Татур, А. В. Хуторской, Г. А. Цукерман и др.) обеспечивает изучение и описание педагогического процесса с точки зрения формирования у личности профессиональной компетентности. Он не противоречит традиционным ценностям российского образования и обеспечивает степень соответствия содержания, процесса и результатов педагогической науки тенденциям мирового развития;

5) интерактивный подход (В. А. Адольф, А. В. Андреев, В. И. Байденко, В. А. Болотов, В. Н. Введенский, А. А. Вербицкий, Э. Ф. Зеер, И. А. Зимняя, А. К. Маркова, О. Н. Олейникова, И. Д. Шадриков, А. В. Хуторской и др.) ставит своей целью организацию комфортных условий обучения, при которых происходит активное взаимодействие между субъектами образовательного процесса, предполагающее моделирование жизненных ситуаций, использование ролевых игр, общее решение вопросов на основании анализа обстоятельств и ситуаций, проникновение информационных потоков в сознание.

Эффективность интерактивного обучения при формировании профессиональной компетентности будущих учителей зависит от соответствующих педагогических условий, под которыми Н. Н. Двуличанская понимает совокупность содержания и структуры предметного образования, учебно-методического обеспечения и инновационной образовательной среды, обеспечивающих успешное решение поставленных дидактических задач [3, с. 22].

С. С. Савельева выделяет следующие педагогические условия формирования профессиональной компетентности учителя в образовательном процессе вуза: ориентация на субъектность личности, способной к самоидентификации и самоактуализации; создание креативной среды; побуждение к рефлексивной деятельности; диалогизация образовательного процесса [7].

Н. Н. Двуличанская к педагогическим условиям, способствующим становлению профессиональной компетентности студентов относит реализацию системно-аксиологического подхода, обеспечивающего направленность обучения на ценностное отношение к приобретенным знаниям; профилирование содержания и модульно-компетентностное структурирование предметов; непрерывность и преемственность образовательного процесса, обеспечивающие согласованность между целями, содержанием, методами и средствами обучения на всех его уровнях; вовлечение обучающихся в активную познавательную деятельность, направленную на самостоятельное освоение компетенций самими студентами на основе «субъект-субъектных» отношений; достаточную материально-техническую базу образовательного учреждения [3, с. 11].

Т. А. Волошина рассматривает следующие педагогические условия при организации интерактивного обучения: формирование позитивной мотивации к саморазвитию; использование форм и методов интерактивного взаимодействия в учебной, внеучебной и практической деятельности; обеспечение целостного междисциплинарного содержания и комплексного учебно-методического сопровождения дисциплин в процессе интерактивного обучения; обогащение образовательной среды вуза, нацеленной на подготовку конкурентоспособного специалиста и реализацию его личностного ресурса [1, с. 9]

Осуществлённый теоретический анализ позволил выделить следующие группы педагогических условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в рамках интерактивного образовательного взаимодействия в соответствии с современными тенденциями развития образования и ведущими достижениями в области педагогики и психологии:

1 группа – мотивационные (реализующие мероприятия, формирующие качественные изменения педагогической активности субъектов образовательного процесса): формирование позитивной мотивации к обучению, получению профессии учителя математики и саморазвитию личностных качеств на основе деятельностного подхода;

2 группа – организационные (регламентирующие требования к структуре образовательной среды педагогического вуза): реализация системного, деятельностного, компетентностного и интерактивного подходов в образовательном процессе подготовки учителей математики, способствующих формированию их профессиональной компетентности; структурирование содержания дисциплин профессионального блока будущих учителей математики в рамках интерактивного образовательного взаимодействия в соответствии с особенностями приобретаемой профессии; достаточная материально-техническая база педагогического вуза для обучения высококвалифицированных и компетентных специалистов в области математики и методики ее преподавания;

3 группа – методические (включающие рекомендации по использованию методов, форм и средств эффективного обучения дисциплинам профессионального цикла): обеспечение целостного междисциплинарного содержания и комплексного учебно-методического сопровождения учебных дисциплин профессионального цикла при подготовке студентов; использование интерактивных методов (дискуссионных, тренинговых, игровых, кейс-методов), технологий (микротехнологий, макротехнологий, модульно-локальных) и средств обучения, способствующих формированию профессиональной компетентности

будущих учителей, влияющих на упорядочивание взаимосвязанной деятельности субъектов образовательного процесса.

Опираясь на результаты использования указанных подходов, мы разработали модель реализации педагогических условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в интерактивной образовательной среде, включающую следующие подсистемы:

– мотивационную, формирующую у студентов мотивы овладения профессиональной компетентностью и мотивы определения личностных целевых ориентаций учебного процесса, а также выполняющую побудительную, развивающую, оценочную, воспитательную и целеполагающую функции;

– регламентационную, отражающую содержательное наполнение индивидуальной образовательной траектории и перечень интерактивных технологий, методов и средств по ее овладению;

– процессную, представляющую комплекс профессиональных знаний, умений, навыков;

– формирующую, выполняющую обучающую, воспитательную, развивающую, информационную, адаптационную, ориентировочную, операционно-технологическую, координационную и преобразовательную функции через использование интерактивных методов, средств и форм;

– содержательную, выполняющую информационную функцию и систематизирующую предметное содержание учебных курсов;

– организационную, отвечающую за координацию, регулирование и управление процессом обучения в интерактивной среде;

– диагностическую, реализующуюся через соответствующие этапы, критерии, показатели, уровни и виды диагностики и оценивающую степень соответствия полученных результатов запланированным;

– корректирующую, включающую формы, средства и методы коррекции и выполняющую информационную, оценивающую, стимулирующую, регламентационную, компенсационную, аналитическую, образовательную, консультативную, стимулирующую функции.

К основным принципам, на которые опирается разработанная модель, отнесены следующие известные, но адаптированные к ней:

– целесообразности (ограничение сферы применения в образовательной среде педагогического вуза для решения различных дидактических задач с целью развития, образования и воспитания личности обучающегося);

– личной инициативы и опосредованного взаимодействия (создание условий для проявления постоянного познавательного интереса к обучению и формирование потребности в получении и обновлении знаний, умений и навыков);

– проектирования учебно-познавательной деятельности (создание модели преподавания и ее использование следует рассматривать как предмет и средство сознательной и активной деятельности участников образовательного процесса);

– самостоятельного усвоения знаний (создание оптимальных условий для самостоятельного приобретения обучающимся знаний, умений и навыков в контексте его будущей профессиональной деятельности);

– индивидуализации (организация учебно-познавательной деятельности, ядром которой является личность обучающегося с ее индивидуальными возможностями, способностями, запросами);

– комплексности (предполагает учет специфики всех составляющих системы обучения в образовательной среде педагогического вуза);

– гуманистичности (создание максимально благоприятных условий для овладения студентами социально накопленным опытом, заключённым в содержании обучения, развития и проявления творческой индивидуальности, высоких гражданских, нравственных, интеллектуальных и физических качеств);

– приоритетности педагогического подхода при проектировании образовательного процесса (разработка теоретических концепций, создание дидактических моделей тех явлений и процессов, которые предполагается реализовать);

– педагогической целесообразности применения новых информационных технологий (педагогическая оценка эффективности каждого шага проектирования профессионального образования, соответствующее содержательное наполнение учебных курсов);

– мобильности обучения (создание информационных сетей, баз и банков данных, позволяющих будущему учителю математики корректировать или дополнять свою образовательную программу обучения).

Опыт формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики позволил сформулировать специфичные принципы, присущие разработанной модели, расширяющие их типовой набор, характерный для традиционного обучения:

– личностно ориентированный характер образовательных индивидуальных траекторий (учет потребностей и возможностей студентов);

– практическая направленность содержания и способов совместной деятельности (системность и целостность);

– активность и самостоятельность студентов как основных субъектов образовательного процесса высшей школы;

– проблемность содержания и диалогический характер взаимодействия в учебном процессе;

– рефлексивность (осознанность студентом содержания, способов деятельности, собственных личностных изменений);

– вариативность образовательных программ (содержание обучения в высшей школе должно отражать множество аспектов решения проблемы);

– принцип поддерживающей мотивации;

– модульно-блочный принцип организации содержания образовательных программ и деятельности студентов;

– принцип деятельности (содержание и организация учебного процесса должны выстраиваться вокруг основных видов деятельности студента);

– формирование поддерживающей дружественной среды;

– оптимальное сочетание существующих форм управления познавательной деятельностью студента;

– личностно-опосредованное взаимодействие;

– открытость коммуникативного пространства;

– интерактивность – отражение особенностей контактов субъектов образовательного процесса;

– индивидуализация – оценка стартовых знаний студентов, входной, текущий и итоговый контроль;

– идентификация – отслеживание результатов самостоятельной деятельности студентов;

– регламентность – контроль за планированием учебного процесса;

– педагогическая целесообразность применения новых информационных и телекоммуникационных технологий;

– обеспечение открытости и гибкости обучения.

Реализация указанных принципов приведет к качественным изменениям всех элементов предложенной модели, которые заключаются в следующем:

1) основой содержания образования становится не логика научного познания, а профессиональные задачи. По этой причине обучение будущих учителей математики позволит осуществить переход от предметного принципа построения содержания высшего образования к созданию интегрированных учебных курсов, отражающих целостную картину профессиональной деятельности;

2) изменится характер самого знания. В модели знания выступают не только в функции онтологии, но и в функции средств для решения конкретных профессиональных задач. Фундаментальное знание выстраивается по другим законам, под реальные потребности и проблемы, возникающие в практической деятельности студентов. Первостепенное значение приобретают универсальные (методологические) знания, позволяющие оценивать и прогнозировать будущие результаты обучения;

3) изменятся требования к методам и формам организации образования, а следовательно, уровню подготовки преподавателей и их роли в учебном процессе. Ведущими станут активные индивидуальные и групповые (совместные, коллективные) формы работы с учебными материалами;

4) изменятся тип деятельности и характер взаимоотношений преподавателя и студентов, которые становятся полноценными субъектами деятельности при решении учебных и профессиональных задач, получая при этом необходимую помощь от преподавателя.

Основными исходными методологическими идеями разработанной модели являются следующие:

– идея деятельности, требующая понимания образования в контексте целостного включения студентов в социальную деятельность (общественную практику, науку, обучение), соответствие которой не сводит обучение в высшей школе к какому-либо частному виду образовательного процесса, например усвоению материала, расширению и углублению знаний;

– идея отражения, состоящая в том, что обеспечивается возможность использования всех форм информационного воздействия на студента, посредством которых происходит формирование творческой личности;

– идея системности, согласно которой модель не может рассматривать изолированно учебный процесс.

К задачам, которые призвана решать модель реализации педагогических условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в интерактивной образовательной среде, отнесены:

– усиление практической ориентации и прикладной направленности процесса овладения учебными курсами путем достижения оптимального сочетания теоретических и практических сведений;

– ориентация образовательного процесса не только на усвоение знаний, но и на развитие способностей мышления;

– изменение методов, форм и средств обучения, способствующих формированию навыков анализа информации, самообучения;

– осуществление целенаправленного управления процессом формирования и совершенствования умений самостоятельной работы студентов, способностей к самоорганизации.

Предложенная модель имеет следующие особенности: интегративность, внутреннее единство, связность, иерархическая взаимообусловленность ее компонентов; четкая структуризация содержания обучения, последовательное изложение теоретического материала; вариативность содержания обучения, форм, методов и средств; адаптация учебного процесса к индивидуальным возможностям и потребностям студентов; обязательная проработка каждого компонента модели; сочетание различных подходов к отбору содержания и организационных процедур восприятия, обработки и представления нового материала; использование психолого-педагогических принципов (единство культурного и образовательного пространства, динамизм, приоритет человеческих ценностей, диагностируемость, конструктивная целостность), адаптирующих процесс обучения к развитию и воспитанию личности студента.

Разработанная нами модель обладает традиционными свойствами (целостность, открытость, динамичность, управляемость, вариативность, гибкость, интегративность (междисциплинарность содержания), цикличность, устойчивость).

При этом деятельность реализуется в виде некоторой последовательности нескольких технологических циклов.

1. Подготовительный обеспечивает включение субъектов в процесс обучения на основе определения индивидуализированных целей деятельности, конструирования индивидуальных образовательных траекторий по формированию профессиональной компетентности будущих учителей математики.

2. Учебный цикл предполагает обязательное взаимодействие субъектов образовательного процесса, усвоение студентами предметного содержания в соответствии с общими и индивидуализированными целями, осуществление контроля и диагностики с целью коррекции дальнейшей траектории обучения.

3. Завершающий ориентирован на проверку сформированности профессиональной компетентности будущих учителей математики.

В связи с интенсивным развитием российского образования, направленного на применение инновационных образовательных технологий, возникает необходимость поиска и внедрения новых подходов к организации образовательного процесса с использованием современных методов, форм и средств обучения. В качестве эффективного инструментария активизации учебного процесса в вузе на сегодняшний момент выделяется интерактивное обучение.

В работах таких исследователей, как Б. Ц. Бадмаев, Н. А. Багрова, Ю. Ю. Гавронская, В. В. Гузеев, М. В. Кларин, Е. С. Полат, указывается, что интерактивное обучение в системе вузовской подготовки позволяет обеспечить создание оптимальных условий, при которых студент почувствует свою успешность, интеллектуальную состоятельность, переведя познавательную деятельность на более высокие формы кооперации и сотрудничества, способствуя формированию обобщенных, устойчивых психологических образований, нацеленных на последующую деловую активность.

Однако в настоящее время недостаточно проанализирован имеющийся потенциал оптимизации образовательного процесса в вузе с использованием интерактивных методов в системе высшей профессиональной подготовки.

Под организацией интерактивного обучения подразумевается процесс моделирования жизненных ситуаций, использования ролевых игр, общего решения вопросов в соответствии с анализом обстоятельств и ситуаций, проникновения в сознание информационных потоков, которые вызывают его активную деятельность.

Организация интерактивного педагогического взаимодействия способствует формированию профессиональной компетентности будущих учителей математики, является одним из важнейших условий становления личности, которая должна иметь опыт решения различных проблем, владеть искусством диалога как конструктивного спора, нести ответственность за актуализацию своей индивидуальности, обладая современными способами накопления и приумножения знаний.

Рассмотрим сущность интерактивных технологий, особенности их использования, концептуальные позиции и целевые ориентации.

По мнению М. В. Кларина, в их основе лежат гуманистическая и природосообразная составляющие, ведущим фактором развития является социогенный, методологическим подходом – коммуникативный, наряду с интерактивным и демократичным характером воспитательных взаимодействий преобладают диалогические методы. При этом типом управления учебно-воспитательным процессом является взаимообучение, а видом – сопровождение [4].

Опираясь на исследования М. В. Кларина, можно выделить следующие концептуальные положения интерактивных педагогических технологий [4]:

1) усваивание новой информации должно происходить в активном режиме с применением проблемных ситуаций и интерактивных циклов;

2) интерактивное взаимодействие способствует умственному развитию личности;

3) в условиях обратной связи отправитель и получатель информации меняются коммуникативными ролями;

4) оценка знаний предполагает сформированность умений применять полученные знания на практике.

В работе Т. С. Паниной выделены следующие преимущества интерактивного обучения: интенсификация процесса понимания, усвоения и творческого применения знаний при решении практических задач, формирование продуктивных подходов к овладению информацией, повышение мотивации и вовлеченность участников в решение обсуждаемых проблем, получение опыта активного освоения учебного содержания, развитие личностной рефлексии, что является необходимым условием для становления и совершенствования профессиональных компетенций через включение участников образовательного процесса в осмысленное переживание индивидуальной и коллективной деятельности для накопления опыта, осознания и принятия ценностей [5].

Выделим преимущества использования интерактивных технологий в процессе подготовки будущих учителей математики:

– позволяют интенсифицировать такие процессы, как понимание, усвоение и творческое применение знаний при решении практических задач в области математики;

– активно включают студентов педагогических вузов в процесс непосредственного использования знаний;

– систематическое использование интерактивных педагогических технологий формирует у студентов продуктивные подходы к овладению профессией;

– повышают мотивацию и вовлеченность субъектов образовательного процесса в решение обсуждаемых проблем, что влияет на поисковую активность студентов, побуждает их к конкретным действиям;

– формируют способности творчески мыслить, видеть проблемную ситуацию и решения выхода из нее, обосновывать свою позицию и жизненные ценности;

– развивают такие личностные качества, как умение выслушивать любую точку зрения, сотрудничать, вступать в партнерское общение, проявляя при этом толерантность и доброжелательность по отношению к своим оппонентам;

– позволяют осуществлять перенос способов организации деятельности, получать новый опыт деятельности и ее организации;

– являются необходимым условием при формировании профессиональной компетентности студентов через включение субъектов образовательного процесса в индивидуальную и коллективную деятельность при накоплении опыта, осознании и принятии ценностей;

– позволяют сделать контроль за усвоением нового материала в области математики и умениями применять полученные знания в различных ситуациях более объективным и гибким.

В настоящее время изменение подходов к результатам образовательного процесса в высшей школе, связанных с переходом к практико-ориентированному обучению, неизбежно привело к постановке проблемы выбора инновационных методов.

Первостепенная роль в достижении поставленной цели отводится интерактивным методам, организующим учебный процесс таким образом, что практически все студенты оказываются вовлеченными в познавательную деятельность, имея возможность осуществлять рефлексию полученных знаний и умений. При этом преподаватель выступает в роли помощника, выполняет задачу фасилитации (поддержка, облегчение), заключающуюся в направлении процесса обмена информацией и помощи ему: выявляет многообразие точек зрения, обращает внимание студентов на личный опыт, поддерживает их активность, соединяет теорию и практику, обогащает опыт участников при их взаимодействии, упрощает процесс восприятия, поощряет творчество студентов, создает условия для проявления их инициативы, побуждает к самостоятельному поиску информации.

Процесс модернизации современной системы высшего профессионального образования характеризуется применением интерактивных методов обучения, способствующих упорядочиванию взаимосвязанной работы преподавателя и студента, которая позволяет осуществлять обмен знаниями, идеями и способами деятельности.

Эффективность использования интерактивных методов зависит от особенностей конкретных учебных ситуаций, целевых аудиторий, что является одним из ключевых элементов в реализации идеи дистанционного обучения, управляющего процессами получения знаний, формирования умений и навыков индивидов с целью их активной самореализации.

Основными дидактическими условиями эффективного построения и реализации индивидуальных образовательных траекторий студентов в рамках дистанционного обучения являются:

– обязательная постановка целей процесса обучения, реализация индивидуальной деятельности будущих учителей и её рефлексия в условиях открытой образовательной среды;

– опора педагога на самостоятельную работу студентов;

– соблюдение дидактических принципов и требований конструирования учебных дистанционных курсов для высшей школы (принципы нелинейного изложения материала, целенаправленности, интерактивности, дозированной помощи, контроля стартовых знаний, оптимального и комплексного использования современных компьютерных средств, наглядного представления информации, полноты, адаптивности);

– оптимальный выбор способа создания оболочки дистанционного курса, обеспечивающего возможность построения индивидуальных образовательных траекторий студентов;

– соблюдение педагогико-эргономических требований к дистанционным средствам учебного назначения (оптимальный выбор интерфейса, структурированность содержания учебного материала в его текстовом, графическом и иллюстративном представлении, оптимальная организация систем поиска, навигации и гиперссылок, учет физиологических особенностей восприятия человеком цветов и форм).

Реализация перечисленных условий приведёт, на наш взгляд, к следующим результатам:

– дистанционная индивидуальная деятельность студента окажется измеряемой, что будет проявляться в степени достижения его личных учебных целей;

– результативность (продуктивность) индивидуальной деятельности студента в ходе овладения дистанционными курсами будет обнаружена с помощью оценки его образовательного продукта (уровни креативности, осознанности, личностной значимости, рефлексии);

– в результате реализации «индивидуальной образовательной траектории» произойдёт проявление и развитие совокупности следующих личностных качеств студента: ценностно-смысловых (познание самого себя, своих способностей и возможностей; самоопределение в учебной теме; определение смыслов и перспектив её изучения; конкретизация личных целей в индивидуальной образовательной программе); познавательных и эвристических (умение ставить учебные цели, работать самостоятельно; планирование; умение рефлексировать; самооценка; способность действовать в нестандартных ситуациях, создавать образовательный продукт); информационных (навыки работы с компьютером; умение работать с электронной почтой и со средствами телекоммуникаций и Интернета; поиск необходимой информации; анализ и отбор информации; преобразование, сохранение и передача информации); коммуникативных (знание способов взаимодействия с окружающими и удаленными в пространстве людьми; умение работать дистанционно с педагогом, с учащимися, в группе).

Исследования показывают, что систему дистанционного обучения в образовательной среде педагогического вуза целесообразно строить на основе выполнения следующих условий:

– преобладание самостоятельной учебно-познавательной деятельности;

– индивидуальный темп образовательного процесса;

– наличие обратной связи;

– иерархия управляющих средств;

– диалоговый характер обучения;

– адаптивность;

– реализация всех видов взаимодействия с компьютером (субъект – объект, субъект – субъект, объект – субъект);

– оптимальное сочетание индивидуальной работы с другими ее видами;

– обеспечение психологического комфорта при общении с компьютером;

– укрупнение дидактических единиц – разработка локальных систем понятий, объединенных на основе их смысловых логических связей и образующих целостно усваиваемую единицу информации;

– осуществление развивающего обучения через актуальное содержание, передаваемое современными средствами и методами;

– систематический характер процесса контроля за усвоением знаний;

– возможность объединения (интеграции) всех направлений образования;

– возможность синергетических процессов: объединения, согласования и использования многих инновационных теорий и технологий;

– правовая и финансовая обеспеченность самого процесса; степень его обеспеченности средствами информатизации; уровень подготовленности участников дистанционного обучения.

В этой связи система дистанционного обучения в образовательной среде педагогического вуза должна отвечать следующим концептуальным положениям:

– соответствие требованиям системности, структурированности, воспроизводимости, планируемой педагогической полезности, оптимальности затрат;

– наличие практической реализации в дидактическом модуле – основной технологической единице процесса обучения;

– учет принципов модульного проектирования воспитательно-образовательного процесса и сбалансированного использования резервов традиционного обучения;

– получение оптимального результата по всем параметрам решаемой дидактической задачи путем использования последовательных приближений – итераций, поэтапным включением элементов дистанционного обучения в воспитательно-образовательный процесс;

– правовая защита процесса дистанционного обучения.

Указанные положения реализуются последовательно.

Первый этап (обоснование) включает: диагностическое целеполагание, анализ дидактических задач, возрастных и профессиональных особенностей студентов педагогических вузов; выбор адекватной целям и условиям конкретной педагогической технологии гипотезы ее осуществления; определение содержания обучения в границах данной образовательной области, выделение модулей, учебных элементов, создание логической схемы их изучения; разработку варианта воспитательно-образовательного процесса в границах конкретной области развития.

Второй этап – это разработка отдельного дидактического модуля (модель преподавания); третий состоит в подборе методического инструментария для данного дидактического модуля; четвертый включает определение системы критериев и методов диагностирования осуществляемости технологического замысла в данном дидактическом модуле; на пятом этапе разрабатывается схема освоения системы дидактических модулей для конкретной учебной дисциплины.

Построение и реализация индивидуальной образовательной траектории студента с использованием дистанционных технологий в конкретной предметной области, разделе или теме представляют последовательность нескольких этапов:

– диагностического (диагностика преподавателем индивидуально-личностных особенностей и уровня сформированности знаний, умений и навыков студентов, необходимых для осуществления тех видов деятельности, которые свойственны данной образовательной области или её части);

– содержательного (фиксирование каждым студентом, а затем и преподавателем фундаментальных образовательных объектов в предметной области или её теме с целью обозначения объекта дальнейшего познания);

– проектировочного (проектирование индивидуальной образовательной траектории студента);

– самоопределения;

– программирования;

– организационно-сопроводительного (педагогическое и методическое сопровождение в реализации индивидуальной образовательной траектории);

– рефлексивно-оценочного (сопоставление полученных результатов с заданными, самооценка и оценка достигнутого на основе заранее определенных критериев).

Исходя из анализа исследований в области теории и практики использования дистанционных технологий в образовательном процессе, мы сформировали требования к планированию, разработке и организации дистанционных курсов обучения для будущих учителей математики.

1. Дистанционный курс обучения для будущих учителей математики должен выстраиваться и развиваться на основании:

– интеграции трех системообразующих учебное пространство сред – образовательной, профессиональной и социальной – посредством использования комплекса педагогических, информационно-коммуникационных технологий;

– единства организационных и образовательных оснований построения дистанционного курса через управляемое взаимодействие педагогических и организационных подсистем;

– построения сети дистанционного обучения как системного интегратора образовательных и производственных структур через объединение человеческих, учебных, научно-методических, технологических, информационных, управленческих и других ресурсов;

– создания условий для обеспечения в сети дистанционного обучения качественного профессионального образования, обеспечиваемого стандартными технологиями функционирования учебных, маркетинговых, кадровых, административных, финансовых и других подсистем;

– ориентации образовательного процесса на профессиональное самоопределение будущих учителей математики.

2. В основу дистанционного обучения должна быть положена определенная модель передачи знаний. Источниками знаний являются информационные ресурсы сети, как специальным образом подготовленные, так и уже существующие в базовой телекоммуникационной среде.

3. Содержание дистанционного курса обучения должно быть структурированным на модульной основе таким образом, чтобы студент мог четко осознавать свое продвижение от одного усвоенного блока материала к другому.

4. Содержание дистанционного курса должно представляться в виде развитой гипертекстовой структуры (последовательность, взаимозависимость частей и т.п.), основывающейся на следующих принципах: свободное перемещение по тексту; сжатое (реферативное) изложение информации; наличие справок в структуре материала; использование перекрестных ссылок.

5. Структура материала дистанционного курса должна включать следующие содержательные компоненты: учебный материал; инструкции по его освоению; вопросы и тренировочные задания; контрольные задания и пояснения по их выполнению.

6. При построении дистанционного курса эффективно и целесообразно представлять материал в мультимедийной форме как усовершенствованном способе репрезентации учебной информации, значительно стимулирующей познавательный интерес студентов.

7. В дистанционном курсе система контроля за усвоением материала и способами познавательной деятельности студентов, умением применять полученные знания на практике должна носить систематический характер, строиться на основе оперативной обратной связи.

8. Для организации систематической работы субъектов образовательного процесса в дистанционной среде необходимо взаимодействие ее компонентов на следующих уровнях:

– элементов управления взаимодействия структурных подразделений образовательного учреждения, отвечающих за организацию и планирование дистанционного курса, разработку учебных материалов;

– взаимодействия участников образовательного процесса.

9. Обратная связь в процессе дистанционного обучения должна осуществляться в виде контрольного тестирования (начального, промежуточного, заключительного), дискуссий, телеконференций.

10. В процессе дистанционного обучения будущих учителей математики целесообразно использовать следующие телекоммуникационные проекты:

– исследовательские;
– игровые;
– практико-ориентированные;
– творческие.

С целью формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики нами был создан дистанционный курс «Разработка электронных курсов в системе дистанционного обучения Moodle», предусматривающий изучение теоретических и практических аспектов проектирования обучения в СДО Moodle, которая организует среду эффективного интерактивного общения между субъектами образовательного процесса через форум, глоссарий, рабочую тетрадь, базу данных и различные формы контроля.

Курс предполагает использование новейших педагогических технологий, адекватных специфике данной формы обучения, стимулирующих раскрытие внутренних резервов и одновременно способствующих формированию социальных качеств личности.

В результате овладения программой создается собственный проектный продукт – электронный курс, готовый к апробации.

Курс содержит следующие разделы: «Введение», «Планирование электронного курса», «Организация учебной деятельности», «Информационная поддержка учебной деятельности», «Проектирование системы оценивания», «Подведение итогов курса».

Рассмотрим содержательное наполнение каждого из них.

1. Введение:

– презентационный материал, знакомящий с целями, задачами, содержанием курса, условиями выполнения практических заданий, организационными аспектами;

– практическое задание «Редактирование личной страницы» с пошаговым описанием его выполнения (открытие страницы профиля и окна редактирования информации, добавление описания и фото);

– учебный форум «Разработка качественных электронных образовательных ресурсов», в котором предлагается высказать собственную аргументированную точку зрения по следующим вопросам: каковы плюсы и минусы электронного обучения? Почему многие учителя не хотят разрабатывать электронные образовательные ресурсы?

– глоссарий курса (основные понятия).

2. Планирование электронного курса:

– презентационный материал, характеризующий процесс целеполагания;

– практическое задание «Составляем описание курса», в котором предлагается составить краткую аннотацию разрабатываемого курса, позволяющую будущим слушателям понять его содержание, цель изучения, особенности организации образовательного процесса, результаты;

– практические задания «Редактируем настройки курса», «Структура курса» с пошаговым описанием их выполнения (переход к заготовке курса и в режим его редактирования, введение названий его разделов, добавление к ним пояснений, изменение интерфейса);

– учебный форум «Рефлексия» (подведение первоначальных результатов обучения через ответы на следующие вопросы: какие сложности Вам встретились и как Вы их преодолевали? На что Вы обратили внимание? Что потребовало больше всего времени и усилий?).

3. Организация учебной деятельности:

– теоретический материал, описывающий этапы создания электронного курса;

– практическое задание по составлению списка работ для самостоятельного выполнения с указанием количества баллов за каждую из них;

– практическое задание по созданию текстового документа с полным описанием любого задания для самостоятельного выполнения по разрабатываемому курсу (практическая работа, лабораторная работа и т.д.);

– практическое задание по содержательному наполнению курса, добавлению заданий;

– практическое задание «Создание учебного форума»;

– участие в учебном форуме «Указания к выполнению задания», заключающееся в ответе на вопрос: как Вы считаете, нужно ли в указаниях по выполнению заданий приводить примеры их выполнения?

4. Информационная поддержка учебной деятельности:

– теоретический материал, рассматривающий вопросы описания интерфейса и возможностей системы дистанционного обучения Moodle, рекомендации по работе с ее ресурсами и активными элементами;

– практические задания с пошаговым описанием их выполнения по созданию презентаций и глоссария, добавлению теоретических и презентационных материалов в курс, а также ссылок на источники дополнительной информации;

– учебный форум «Использование презентаций» (подведение итогов через обсуждение вопросов, касающихся необходимости использования на учебных занятиях презентационного материала).

5. Проектирование системы оценивания:

– теоретический материал, рассматривающий вопросы педагогических измерений, принципы разработки тестовых заданий и конструирования педагогических тестов;

– практические задания по составлению тестов, созданию категорий для банка вопросов, занесению в них заданий «Множественный выбор» (один вариант или несколько вариантов ответа), открытого типа, на соответствие, на определение последовательности;

– учебный форум по проблемам эффективности использования тестирования в процессе оценивания результатов обучения.

6. Подведение итогов курса (участие в учебном форуме «Анализ курса повышения квалификации» с высказыванием замечаний и предложений).

При использовании в образовательном процессе интерактивных методов обучения студент приобретает опыт активного освоения учебного содержания во взаимодействии с учебным окружением, развивает личностную рефлексию и толерантность. Если при этом студент работает в учебной микрогруппе, то у него развиваются навыки общения и взаимодействия в малой группе, анализа и самоанализа в процессе групповой рефлексии с принятием нравственных норм и правил совместной деятельности; формируются потребности в ценностно-ориентационном единстве группы с поощрением гибкой смены социальных ролей в зависимости от ситуации; развиваются способности к разрешению конфликтов и к компромиссам. При интерактивном взаимодействии в системе «преподаватель – группа» у студента формируются нестандартное отношение к организации образовательного процесса по многомерному освоению учебного материала и мотивационная готовность к межличностным взаимодействиям не только в учебных, но и во внеучебных ситуациях.

Рассмотрим возможные интерактивные формы проведения лекционных занятий:

– проблемная лекция (создание проблемной ситуации и вовлечение студентов в ее анализ и разрешение противоречий);

– лекция с запланированной ошибкой (сообщение студентам о наличии в лекции определенного количества ошибок различных типов: содержательных, методических, поведенческих и др.);

– лекция вдвоем (работа двух преподавателей, которые читают лекцию по одной и той же теме во взаимодействии между собой и с аудиторией с постановкой проблемы и анализом проблемных ситуаций, с выдвижением гипотез, их опровержением или доказательством, с разрешением возникающих противоречий);

– лекция-визуализация (передача преподавателем информации студентам, которая сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и др. посредством технических средств обучения (слайды, видеозапись, интерактивная доска и др.);

– лекция «пресс-конференция» (чтение лекции преподавателем согласно заданным студентами вопросам по теме лекции);

– лекция-диалог (чтение лекции через серию вопросов, на которые студенты должны отвечать непосредственно в ходе лекции).

Нами определены методы, технологии и средства обучения, способствующие формированию профессиональной компетентности будущих учителей математики. Перечислим их: методы (дискуссионные: диалог, «мозговой штурм», «круглый стол», кейс-метод; игровые: деловые, ролевые, организационно-деятельностные игры; тренинговые: упражнения, тесты, лабораторные практикумы; проектные); технологии (микротехнологии: студент – преподаватель; модульно-локальные: совместные проекты; макротехнологии: дистанционное обучение [6]; метатехнологии: сетевые, телекоммуникационные); средства (электронные учебники; компьютерное тестирование; новейшие средства мультимедиа; методическое обеспечение: мультимедиа-курсы, видеоматериалы, аудиоматериалы, тренажеры для организации педагогических практик; ресурсы сети Интернет).

Анализ теоретических источников позволил выявить следующие группы проблем использования интерактивных методов как фактора формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики.

1. Содержательные проблемы связаны с разработкой подходов к проектированию образовательных ресурсов для интерактивного обучения будущих учителей математики, которые ориентированы на индивидуальные особенности студентов, учитывают специфику изучаемого содержания, предполагают вариативность в освоении учебного материала, допускают возможность формирования индивидуальных образовательных маршрутов.

В данной группе можно выделить следующие частные проблемы: структурирование теоретического содержания; отбор практических заданий и методов их решения, адекватных специфике интерактивного обучения и направленных на формирование профессиональных компетенций студентов; выбор способов и форм представления информации; обеспечение возможности осуществления деятельности, соответствующей специфике предметного содержания.

2. Психолого-педагогические проблемы связаны с необходимостью разработки системы средств, позволяющих проектировать процесс интерактивного обучения математике на основе учета индивидуально-психологических особенностей студентов и конструировать индивидуальные образовательные траектории освоения курса. Основными из них являются: ориентация в обуче-

нии на индивидуальный психофизиологический стиль восприятия информации студентами педагогического вуза; исследование возможностей построения процесса интерактивного обучения будущих учителей математики на основе инновационных педагогических технологий.

3. К группе методических проблем относятся следующие: конструирование эффективных методик организации интерактивного обучения студентов; разработка целостной системы методов и форм интерактивного обучения, направленных на формирование профессиональной компетентности; необходимость построения эффективной системы диагностики; разработка материалов для обеспечения методического сопровождения.

4. Решение организационных проблем связано как с анализом возможностей конструирования и реализации различных моделей организации интерактивного обучения будущих учителей математики, так и с групповой и коллективной деятельностью студентов в образовательном процессе.

5. Выделение группы методических проблем обусловлено необходимостью выявления принципов проектирования методической системы интерактивного обучения будущих учителей математики, подсистемы методического сопровождения преподавателя, идентификационно-контрольной подсистемы и исследования взаимосвязи всех компонентов методической системы интерактивного обучения, направленной на формирование профессиональной компетентности студентов педагогического вуза.

С целью формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики могут использоваться разнообразные формы организации учебных занятий. Приведем конкретные примеры, апробированные нами в образовательной практике.

Слайд-лекции – форма обучения, в которой учебный материал представлен в виде слайдов с речевым сопровождением преподавателя. При просмотре такой лекции через каждые 5 – 7 минут автоматически включается проверочный тест, состоящий из вопросов по содержанию просмотренного фрагмента.

Видеофильмы – импринтинговые учебные фильмы, представляющие учебный материал в динамике с речевым сопровождением. Видеофильмы могут быть разработаны для проведения видеоконсультаций и студийных занятий.

Мониторинг работы с текстами проводится с использованием обучающих компьютерных программ с целью формирования у студентов умений структурировать и анализировать содержание текста, составлять тезисы, конспекты, логические схемы.

Индивидуальные компьютерные тренинги – интерактивные формы, направленные на приобретение теоретических знаний и закрепление практических навыков.

Тест-тренинг – вид занятия, целью которого является закрепление учебного материала, а также проверка знаний студентов как по отдельному модулю дисциплины, так и по курсу в целом.

Телеэссе – устное выступление студента по одной из изучаемых тем курса с записью при помощи веб-камеры.

Приведем некоторые результаты экспериментальной работы на педагогическом факультете Соликамского государственного педагогического института (филиала) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет» по внедрению в образовательный процесс будущих учителей математики модели реализации педагогических условий формирования их профессиональной компетентности:

– студенты способны синтезировать знания теоретического и практического характера и применять их в различных педагогических ситуациях;

– в процессе решения профессиональных задач студенты демонстрируют умения работы в коллективе, грамотного ведения диалога, аргументированного отстаивания собственной позиции;

– профессиональная компетентность проявляется в способностях студентов решать педагогические задачи в условиях системных изменений, соответствовать социальным требованиям профессиональной педагогической деятельности.

Важный вывод проведенного исследования заключается в том, что процесс формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики может быть с достаточной достоверностью описан представленной моделью, однако он является дискретным и индивидуальным для каждого студента. Таким образом, представленное теоретическое обоснование и результаты экспериментальной работы позволяют сделать вывод о правомерности предложенной в исследовании модели реализации педагогических условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики. Дальнейшее исследование по проблеме может быть осуществлено в следующих направлениях: совершенствование технологий, методов и средств подготовки к профессиональной деятельности будущих учителей, расширение диагностического аппарата по оценке степени сформированности их профессиональной компетентности.

Список литературы

1. Волошина, Т. А. Формирование предпринимательских качеств студентов педагогического вуза в процессе интерактивного обучения [Текст]: автореф. дис. …канд. пед. наук: 13.00.08 / Т. А. Волошина; Учреждение Российской академии образования «Институт педагогического образования». – СПб., 2011. – 24 с.
2. Громкова, М. Т. Психология и педагогика профессиональной деятельности [Текст]: учеб. пос. для вузов / М. Т. Громкова. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2003. – 415 с.
3. Двуличанская, Н. Н. Дидактическая система формирования профессиональной компетентности студентов учреждений среднего профессионального образования в процессе естественно-научной подготовки [Текст]: автореф. дис. …докт. пед. наук: 13.00.08 / Н. Н. Двуличанская; МГТУ им. Н. Э. Баумана. – М., 2011. – 40 с.
4. Кларин, М. В. Интерактивное обучение – инструмент освоения нового опыта [Текст] / М. В. Кларин // Педагогика. – 2000. – № 7. – С. 12 – 18.
5. Панина, Т. С. Современные способы активизации обучения [Текст]: учебное пособие / Т. С. Панина. – М.: Академия, 2008. – 176 с.
6. Рихтер, Т. В. Разработка модели сетевой среды дистанционного обучения информатике студентов педагогического вуза [Текст] / Т. В. Рихтер // Концепт. – 2013. – Т. 3. – С. 61 – 65.
7. Савельева, С. С. Педагогические условия формирования профессиональной компетентности учителя в образовательном процессе вуза [Текст]: монография / С. С. Савельева. – Воскресенск, 2012. – 218 с.
8. Сеитова, Р. С. Проблема формирования коммуникативно-управленческой компетентности у студентов педагогических вузов в истории отечественной педагогики [Электронный ресурс] / Р.С. Сеитова // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 1. – Режим доступа: www.science-education.ru/101-5443.

УДК 378.14

Глава 6. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ КОНТЕКСТНЫХ ЗАДАЧ

MAIN STAGES OF THE DECISION CONTEXT TASKS

Рыбалко Наталья Александровна
Северо-Казахстанский государственный университет
им. М. Козыбаева, nrybalko67@mail.ru, Петропавловск, Казахстан
Соискатель кафедры теории и методики обучения математике
Омского государственного педагогического университета,
научный руководитель – доктор педагогических наук,
профессор Далингер Виктор Алексеевич

Rybalko Natalia Alexandrovna
North-Kazakhstan state University. M. Kozybayev,
nrybalko67@mail.ru, Petropavlovsk, Kazakhstan
Applicant of the Department of theory and methods of teaching
mathematics, Omsk state pedagogical University, supervisor doctor
of pedagogical Sciences, Professor Dalinger Viktor Alekseevich

Аннотация. В статье показано, что для успешного формирования математической компетенции студентов при проведении практических занятий необходимо использовать задачный подход; рассмотрены основные этапы решения задач; приведен пример решения контекстной задачи с подробным анализом; обосновано, что при использовании контекстных задач для контроля и оценки усвоения изученного материала необходимо ввести критерий оценивания, отличный от привычного; предложена схема оценивания решения контекстных задач по 100-балльной шкале.

Abstract. The article shows that the successful formation of mathematical competence of students in practical classes, you must use the zadačnyj approach; the basic steps for solving problems; an example of the contextual tasks with detailed analysis; It is proved, that the contextual challenges for monitoring and evaluation of your knowledge you will need to enter the evaluation criterion other than usual; the scheme of assessment decision, include contextual tasks to 100 point scale.

Ключевые слова: задачный подход; контекстная задача; этапы решения задач; критерии оценки.

Keywords: zadačnyj approach; contextual task; the stages of the evaluation criteria.

Современному обществу требуются высококлассные специалисты, которые умеют свободно мыслить, прогнозировать результаты своей деятельности, владеют современными математическими методами обработки данных, умеют построить математическую модель естественнонаучного процесса или явления. Такой специалист является гарантом достижения поставленных целей.

На современном этапе, в условиях уровневой системы, качество математической подготовки студента характеризуется его математической компетенцией как интегративной характеристикой личности, которая выражает способность и готовность использовать математические знания, умения, навыки, опыт деятельности для решения профессиональных задач в соответствии с направлением и уровнем подготовки [8].

Для успешного формирования математической компетенции студентов при проведении практических занятий необходимо использовать задачный подход.

Задачный подход – это максимально широкое представление в содержании обучения разнообразных задач, в том числе и контекстных. Среди них:

– задачи, на основе решения которых студентом осознается та или иная учебная проблема;

– цепочки задач, представляющих собой этапы решения созданной им проблемной ситуации;

– самостоятельно решаемые студентами задачи поисково-исследовательского характера;

– тренировочные задачи закрепляющего характера.

Задачный подход рассматривает задачу как объект, определяющий содержание и способы деятельности студента. «Задачу» можно определить как объект мыслительной деятельности, в котором содержатся требования некоторого преобразования, осуществляемого посредством поиска условий, которые позволяют раскрыть связи и отношения между известными и неизвестными элементами.

Решая задачу, студент проделывает следующую работу:

– определяет, какого рода система представлена в задаче;

– выделяет общие характеристики представленной системы;

– выявляет компоненты системы;

– выбирает необходимый метод работы с представленной системой;

– строит математическую модель системы;

– проверяет полученные результаты.

При внимательном рассмотрении решений различных задач по разным дисциплинам четко прослеживается, что их основное отличие заключается только в содержании и цели, но по структуре деятельности, которую необходимо выполнить для осуществления их решения, все они практически одинаковы. Если провести сравнительный анализ деятельности по решению естественнонаучных и стандартных математических задач, то можно заметить, что они имеют общую структуру. Поэтому можно утверждать, что при решении любой задачи наиболее важными являются одни и те же этапы, которые можно определить следующим образом:

1) изучение (анализ) содержания задачи, краткая запись условий и требований;

2) поиск способа (принципа) решения и составление его плана;

3) осуществление решения, проверка правильности и его оформление.

4) обсуждение (анализ) проведенного решения, отбор информации, полезной для дальнейшей работы.

Такая общность в процессе решения задач позволяет освоить общий подход, усвоить основные особенности каждого из предложенных этапов процесса решения и в результате овладеть умениями, которые особенно пригодятся при решении профессиональных задач, в том числе и контекстных. Поэтому рассмотрим основные этапы решения задач на примере контекстной задачи.

Большинство ученых утверждают, что решение задачи – это активный познавательный процесс, который начинается с ознакомления с содержанием задачи и его детальным анализом [3, 4, 6, 9, 10, 12]. Такой анализ позволяет рассмотреть сущность описанного в задаче явления или процесса, установить и выделить наиболее существенные и второстепенные аспекты в рассматриваемой ситуации. Поэтому, прежде чем начать решение задачи, необходимо поработать с её условием, упростив его, абстрагировавшись от реальных условий, оставив только его математическую сущность.

Выделенные четыре этапа решения задачи тесно связаны между собой. При этом качество выполнения каждого последующего этапа в достаточной степени зависит от того, насколько качественно выполнены предыдущие. Поэтому чем чётче и качественнее выполнен каждый из предыдущих этапов, тем проще выполнение последующего.

Например, анализ содержания задачи нельзя рассматривать обособленно, так как он напрямую связан с поиском способа ее решения. Эти этапы переплетаются настолько, что общие положения и частные условия задачи непрерывно соотносятся друг с другом в каждом звене мыслительного процесса. Анализируя условие задачи, можно выявить новые свойства объекта, отношения между элементами задачи.

Процесс решения любой задачи представляет собой строгую последовательность научно обоснованных действий. Поэтому для того, чтобы выбрать правильную последовательность действий при решении, необходимо провести более тщательный и детальный анализ условий и требований задачи. Такой анализ способствует осознанию данных задачи, позволяет выявить все зависимости между ними, выраженные в тексте непосредственно и скрытые в нем.

При проведении анализа задачи необходимо выяснить возможность сведения данной задачи к известной, уже решенной. Если это возможно, то есть студенту известна такая задача, то составление плана достаточно очевидно. Но может оказаться, что такая задача неизвестна, то есть студент не может свести данную задачу к какой-либо известной, ранее решённой, поэтому составить план решения сразу не удаётся. В этом случае необходимо попытаться переформулировать задачу так, чтобы она стала более понятной, не меняя ее математического содержания.

При переформулировке задачи необходимо пользоваться или определениями данных в ней математических понятий (заменить термины их определениями), или их признаками (достаточными условиями).

Чтобы переформулировать задачу, студент должен установить связь практического контекста задачи с её математическим содержанием.

После того, как проведен анализ содержания задачи (установлены искомая и все явно и неявно заданные величины, величины, значения которых необходимо взять из таблиц или из справочников), составляется краткая запись или схема задачи.

На втором этапе необходимо выработать идею плана решения. Для этого очень удобно составить систему последовательных и целенаправленных вопросов.

Использование такой системы позволяет овладеть сразу двумя важными качествами: умением решать задачи и умением правильно и грамотно формулировать вопросы.

Осуществляя выбор способа решения задачи и составляя план для достижения поставленной цели, можно и нужно использовать догадку, интуицию, опыт, знания и разного рода правдоподобные рассуждения. Используя все эти приёмы и методы, можно без затруднений выполнить второй этап решения задачи.

Составляя план решения задачи, необходимо проанализировать все данные. Такой анализ данных и выявление неучтенных значительно облегчает процесс составления плана решения задачи.

Иногда, составляя план, можно попытаться преобразовать искомые или данные. При преобразовании искомых их пытаются приблизить к данным, а данные – к искомым.

На третьем этапе необходимо использовать только четкие научные знания и строгую логику. На этом этапе необходимо учитывать логическую последовательность научно обоснованных действий.

При осуществлении каждого «шага» решения задачи необходимо обосновывать правильность своих действий.

Из всего сказанного можно сделать вывод о том, что если поиск способа решения можно вести даже с помощью бездоказательных эвристических приемов, то осуществление решения должно вестись только на основе строго научно обоснованных действий, а оформление решения должно соответствовать существующим требованиям.

При решении задачи необходимо проверять каждый шаг. В одних случаях необходимо доказывать правильность выполненного действия или преобразования, используя ссылки на соответствующие математические факты и предложения.

В других – можно заменить термины и символы их определениями. А при решении ряда задач можно воспользоваться свойствами объектов, данных в условии.

Четвёртый, заключительный, этап – анализ и проверка правильности решения задачи – необходим для того, чтобы была возможность:

– выяснить, каковы недостатки решения, рассмотреть возможность иных способов, иногда и более рациональных;

– выделить главную идею решения, наиболее важные и существенные его моменты;

– обобщить решение и, по возможности, составить алгоритм решения задач данного типа;

– систематизировать знания, полученные в процессе решения задачи.

Задача может считаться решённой, если полученное решение является безошибочным, обоснованным и имеет исчерпывающий характер.

Проводя анализ решения задачи, необходимо тщательно проверять не только полученный результат, но и ход её решения.

Каждый из этапов решения задачи рассмотрим на примере контекстной задачи по теории вероятностей.

Задача. Перед исследовательской лабораторией была поставлена следующая задача – разработать технологию обработки пищевых продуктов, позволяющую сохранять витамины в течение длительного времени. При отборе технологии одним из обязательных условий является то, что сохранность витаминов в течение как минимум 10 дней должна быть не менее чем у 75% продуктов. Чтобы увеличить процент сохранности продуктов до 90% и более, необходимо применение консервантов, что нежелательно.

Ученые предложили три вида технологии. При применении первого вида витамины сохранялись в течение 9 дней в каждом из 100 испытаний с вероятностью $p_1 = 0{,}9$. При применении второго вида технологии витамины сохранялись в течение 15 дней с вероятностью $p_2 = 0{,}75$. При использовании третьей технологии – в течение 10 дней в каждом из 100 испытаний, $p_3 = 0{,}8$.

Какому из трех видов технологий будет отдано предпочтение?

Первый этап. *Изучение (анализ) содержания задачи, краткая запись условий и требований.*

Изучая содержание задачи, можно предложить студентам ответить на следующие вопросы:

1) какое из требований задачи можно выделить как основное?

2) при каких условиях должно быть выполнено основное требование задачи?

3) имеются ли в задаче лишние данные или условия?

4) каков главный вопрос задачи?

5) все ли данные, необходимые для ответа на главный вопрос задачи, известны? Если нет, то какие действия необходимо выполнить для их поиска?

6) можно ли свести данную задачу к более простой математической задаче? Если это возможно, то попытайтесь переформулировать условие задачи;

7) оформите краткую запись «переформулированной» задачи.

Если студенты затрудняются ответить на поставленный вопрос, то целесообразно провести детальный анализ условия, отвечая на вопросы: что дано в задаче? Что необходимо найти? При каких условиях это может быть выполнено?

Анализируя условие предложенной задачи, необходимо выделить основное требование – «<…> сохранность витаминов в течение как минимум 10 дней <…>».

После этого необходимо обратить внимание на условие: «<…> сохранность витаминов в течение как минимум 10 дней должна быть не менее чем у 75% продуктов. Чтобы увеличить процент сохранности продуктов до 90% и более, необходимо применение консервантов, что нежелательно», из которого следует, что сохранность витаминов должна быть не менее чем в 75 и не более чем в 90 случаях.

Условие «при применении первого вида витамины сохранялись в течение 9 дней в каждом из 100 испытаний с вероятностью $p_1 = 0{,}9$» является излишним, так как не удовлетворяет основному требованию задачи – сохранность витаминов должна быть не менее 10 дней.

Основному требованию задачи удовлетворяют следующие условия: «<…> При применении второго вида технологии витамины сохранялись в течение 15 дней с вероятностью $p_2 = 0{,}75$. При использовании третьей технологии – в течение 10 дней в каждом из 100 испытаний, $p_3 = 0{,}8$ <…>»

Ответ на вопрос задачи «Какому из трех видов технологий будет отдано предпочтение?» можно получить, сравнив вероятности сохранения витаминов в течение не менее 10 дней при использовании второго и третьего видов технологии обработки.

Если студенты ответили на все поставленные вопросы, то необходимо предложить им переформулировать данную задачу, отбросив при этом лишнее условие и оставив её математическую сущность.

Формулировка задачи может быть следующей: При исследовании новой технологии обработки пищевых продуктов вероятность сохранения витаминов при использовании одного вида технологии в течение 15 дней равна $p_2 = 0{,}75$. а при использовании другого вида технологии – в течение 10 дней в каждом из 100 испытаний постоянна и равна $p_3 = 0{,}8$. Найти вероятность того, что в течение 10 дней витамины сохранятся не менее чем в 75 случаях и не более чем в 90.

После проведенного анализа условия задачи переходим к выполнению второго этапа.

Второй этап. *Поиск способа (принципа) решения и составление его плана.*

На втором этапе работу начнем с того, что введем обозначения:

– витамины сохранятся не менее чем в 75 случаях и не более чем в 90: $k_1 = 75;\quad k_2 = 90;$

общее число испытаний: $n = 100.$

После того как введены условные обозначения, нужно выяснить, к какому из известных разделов теории вероятностей можно отнести решаемую задачу, какими формулами воспользоваться. Если есть необходимость, то можно преобразовать формулы.

В нашем случае из условия переформулированной задачи можно сделать вывод о том, что для её решения необходимо использовать интегральную формулу Лапласа $P_n\ k_1, k_2\ \approx \Phi\ x_2\ - \Phi\ x_1$, $x_1 = \dfrac{k_1 - n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p\cdot q}}$, $x_2 = \dfrac{k_2 - n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p\cdot q}}$, при этом $p_2 = 0,75; q_2 = 1 - p_2 = 0,25; p_3 = 0,8; q_3 = 1 - p_3 = 0,2.$ Если студенты затрудняются сразу ответить на вопрос о том, какими формулами необходимо воспользоваться, то нужно подобрать наводящие вопросы так, чтобы, отвечая, можно было сделать необходимые выводы.

Чтобы ответить на вопрос задачи, найдём вероятности наступления события для каждой из выделенных технологий и сравним их.

Третий этап. *Осуществление решения, проверка правильности и его оформление.*

Так как в нашей задаче нет необходимости преобразовывать формулы, то можно сразу вычислить искомые вероятности для каждой технологии. На первом этапе решения задачи мы выяснили, что данные о первой технологии переработки являются лишними. Поэтому вычисляем вероятности для второй и третьей технологии.

Для второй технологии имеем:

$$x_1 = \frac{75 - 100\cdot 0,75}{\sqrt{0,75\cdot 0,25\cdot 100}} = 0;\quad x_2 = \frac{90 - 100\cdot 0,75}{\sqrt{0,75\cdot 0,25\cdot 100}} = \frac{25}{\sqrt{75}\big/2} = \frac{50}{5\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} \approx 5,77.$$

Вычислив значения *x₁* и *x₂,* воспользуемся таблицами [1, с. 604].

По таблицам находим: *Φ*(0)=0, *Φ(5,77)*=0,5.

Тогда искомая вероятность *P_{100}(75,90)=0,5-0=0,5.*

Аналогично рассуждая, получим для третьей технологии:

$$x_1 = \frac{75 - 100\cdot 0,8}{\sqrt{0,8\cdot 0,2\cdot 100}} = -\frac{5}{4} = -1,25;\quad x_2 = \frac{90 - 100\cdot 0,8}{\sqrt{0,8\cdot 0,2\cdot 100}} = \frac{10}{4} = 2,5.$$

Учитывая, что *Φ*(–1,25)= –*Φ*(1,25)= –0,3944, *Φ(2,*5)=0,4938.

Искомая вероятность *P_{100}(75,90)=0,4938–(–0,3944)=0,4938+0,3944=0,8882.*

Сравниваем вероятности сохранения витаминов в течение не менее 10 дней при использовании второго и третьего видов технологии обработки: $0,5 < 0,8882.$

Таким образом, при использовании третьей технологии обработки вероятность сохранения витаминов в течение 10 дней выше, чем при использовании второй технологии.

Получен ответ на вопрос «переформулированной» задачи. Ответ на вопрос задачи «Какому из трех видов технологий будет отдано предпочтение?» следующий – предпочтение будет отдано третьей технологии обработки.

Четвёртый этап. *Обсуждение (анализ) проведенного решения, отбор информации, полезной для дальнейшей работы.*

Для анализа решения задачи студенты должны ответить на такие вопросы, как:

– какая теорема была использована при решении задачи, почему?

– можно ли было воспользоваться другой теоремой?

– есть ли недостатки в приведенном решении, является ли оно полным, рациональным?

– можно ли получить результат другим способом?

– получен ли ответ на главный вопрос задачи?

– является ли решение безошибочным, обоснованным?

При решении данной задачи используется интегральная теорема Лапласа, которая позволяет легко получить необходимые результаты.

Каких-либо недостатков в решении задачи нет. Предложенное решение наиболее рационально.

Оно является безошибочным, обоснованным и имеет исчерпывающий характер.

На наш взгляд, наиболее целесообразно использовать контекстные задачи на занятиях, на которых проводятся обобщение и систематизация знаний и во время проверочных работ для контроля и оценки усвоения изученного материала.

При использовании контекстных задач для контроля и оценки усвоения изученного материала необходимо ввести критерий оценивания, отличный от привычного.

Используемое в школах и вузах 5-балльное оценивание не дает возможности в полной мере оценить результат работы студента. А так как решение контекстной задачи – процесс более трудоемкий, то и оценка должна быть более объективной.

Кредитная технология обучения, принятая в вузах Республики Казахстан, подразумевает 100-балльную оценку за любой вид деятельности, поэтому мы предлагаем оценивать решение контекстной задачи также в 100 баллов. При таком подходе возникает возможность оценить каждый из этапов решения, а затем вычислить суммарный балл.

Мы предлагаем следующую схему оценивания контекстных задач (таблица 1).

Таблица 1

Схема оценивания решения контекстных задач

Этапы решения контекстных задач	Критерии
Изучение (анализ) содержания задачи, краткая запись условий и требований	Определение общих и частных условий задачи
	Выделение главного вопроса и главных требований задачи
	«Переформулировка» задачи
	Полнота и достаточность определения данных, необходимых для решения задачи
	Краткая запись или схема задачи
Поиск способа (принципа) решения и составление его плана	Условные обозначения
	Выбор необходимых способов и методов решения задачи
	Составление плана решения задачи
	Анализ данных и выявление неучтенных
	Преобразование данных задачи
Осуществление решения, проверка правильности и его оформление	Запись необходимых формул
	Преобразование формул в соответствии с вопросом задачи
	Вычисления
	Формулировка ответа на вопрос «переформулированной» задачи
	Формулировка ответа на главный вопрос задачи
Обсуждение (анализ) проведенного решения, отбор информации, полезной для дальнейшей работы	Выяснение недостатков решения, нахождение более рациональных способов решения
	Выделение главной идеи решения, его существенных моментов
	Проверка результата
	Логическая завершенность решения
	Четкость и обоснованность всех этапов решения

Каждый из предложенных 20 критериев оценивается по пятибалльной шкале. Оценка выставляется в зависимости от полноты выполненной работы. Предлагаемые критерии оценки позволяют учитывать не только качество выполнения задания, но и возможности решения задачи несколькими способами. Ранжирование баллов, в свою очередь, позволяет преподавателю учитывать такие случаи, когда студент правильно предлагает пути и способы решения, но не доводит его до конца или не может его аргументировать.

Предлагаемые критерии помогают оценить не только знания студентов, но и тот факт, как они применяют их для решения конкретных задач, т.е. насколько сформированы ключевые и предметные компетенции.

Список литературы

1. Баврин, И. И Высшая математика [Текст] / И. И. Баврин – М.; Академия, 2001. – 611 с.

2. Гурова, Л. Л. Психологический анализ решения задач [Текст] / Л. Л. Гурова – Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1976. – 327с.

3. Далингер, В. А. Профессионально ориентированные задачи по математике для студентов инженерных специальностей [Текст]: учебное пособие / В. А. Далингер, Л. В. Васяк. – Сфера, 2007. – 60 с.

4. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике. Ч. 1 и 2 [Текст] / Ю. М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977.

5. Павлова, Л. В. Познавательные контекстные задачи как средство формирования предметно-профессиональной компетентности будущего учителя [Текст] / Л. В. Павлова // Известия государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2012. – С. 32 – 40.

6. Рузин, Н. К. Задача как цель и средство обучения математике [Текст] / Н. К. Рузин // Математика в школе. – 1980. – №4. – С. 13 – 15.

7. Рыбалко, Н. А. Контекстные задачи в курсе теории вероятностей и математической статистики [Текст] / Н. А. Рыбалко. – Петропавловск: ИПО СКГУ им. М. Козыбаева, 2013 – 145 с.

8. Сайт Стратегии 2020 [Электронный ресурс]. – режим доступа: http://2020strategy.ru.

9. Семушин, А. Д. Функции задач в обучении [Текст] / А. Д. Семушин, К. И. Нешков // Математика в школе. – 1971. – №3. – С. 4 – 8.

10. Фридман, Л. М. Как научиться решать задачи [Текст] / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1989. – 191 с.

11. Фридман, Л. М. Психологический анализ задач. Сообщение. Проблемные ситуации и задачи [Текст] / Л. М. Фридман // Новые исследования в психологии и возрастной физиологии. – 1970. – №1. – С. 54 – 55.

12. Шестакова, Л. Г. Методика обучения школьников работать с математической задачей [Текст] / Л. Г. Шестакова. – Соликамск: СГПИ, 2013. – 106 с.

УДК 378-37.036

Глава 7. ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К СОЗДАНИЮ ТВОРЧЕСКОЙ СРЕДЫ

PREPARATION OF FUTURE TEACHER OF MATHEMATICS TO CREATION OF CREATIVE ENVIRONMENT

Чашечникова Ольга Серафимовна
Сумский государственный педагогический университет
имени А. С. Макаренко
Chash-olga@yandex.ru, Сумы, Украина

Chashechnikova Olga Serafimovna
Sumy state pedagogical University named after A. S. Makarenko
Chash-olga@yandex.ru, Sumy, Ukraine

Аннотация. В статье рассмотрен один из аспектов решения теоретико-методической проблемы формирования и развития творческого мышления учащихся в ходе обучения математике – формирование готовности будущего учителя математики к созданию творческой среды в процессе обучения математике, в том числе посредством развития творческого мышления самого студента.

Abstract. This paper considers one aspect of the solution theoretical and methodological problems of formation and development of creative thinking of students in the teaching of mathematics: the formation of readiness of the future teachers of mathematics to create a creative environment in the process of learning mathematics, including through the development of creative thinking of students.

Ключевые слова: творческая среда; будущий учитель математики; модель системы формирования и развития творческого мышления.

Keywords: creative environment; future teacher of mathematics; model of the system of forming and development of creative thinking.

Нами неоднократно отмечалось, что подготовка студентов в высших учебных учреждениях педагогического образования является специфической: необходимо сформировать творческую личность – будущего учителя, способного формировать и развивать творческую личность школьника. Работы психологов, в частности классика отечественной психологии А. М. Матюшкина, свидетельствуют, что «различия между школьной и вузовской педагогикой проходят не только по грани различий между типами знаний и навыков, усваиваемых в процессе обучения. Основные различия определяются специфическими особенностями формирования личности человека в указанный период его развития. Они включают прежде всего принципиальные изменения в типах деятельности и общения, определяющие развитие профессиональной мотивации (интересов, склонностей и др.), формирование профессиональных способностей человека, развитие активной творческой личности» [9, с. 357]. А. М.

Матюшкин рассмотрел проблему создания условий развития профессионального теоретического мышления.

Разнообразным аспектам подготовки учителя математики посвящены работы ученых разных стран (Л. О. Денищевой [5], И. Е. Маловой [8], А. Г. Мордковича [12], В. Г. Моториной [13], И. А. Новик [14], Т. В. Рихтер [15], З. И. Слепкань [17], С. А. Скворцовой [24], Н. А. Тарасенковой [25], Л. Г. Шестаковой [21] и других).

Современный учитель математики работает в условиях профильной школы с учениками, имеющими разные уровни математических способностей, в том числе и с одаренными. Учитель ***должен быть готов и способен создавать творческую среду в процессе обучения математике*** [18 – 20] как с целью развивать творческое мышление одаренных учеников, так и с целью способствовать выявлению потенциальных возможностей тех учащихся, которые еще не в полной мере проявили себя, «провоцировать» их заинтересованность, творческую активность.

Отметим, что в Украине методика обучения математике начинает изучаться с VI семестра. Планируя изучение материала, мы учитываем то, что бакалавры сдают государственный экзамен по математике и методике ее преподавания в основной школе, и то, что педагогическую практику в основной школе студенты проходят в начале VIII семестра, а в старшей – в начале IX семестра (таблица 1).

Таблица 1

Семестр	**Разделы методики обучения математике**
VI	Модуль 1. Общая методика. Модуль 2. Методика обучения математике в 5 – 6 классах
VII	Модуль 1. Методика обучения математике в 5 – 6 классах. Модуль 2. Методика обучения систематическому курсу алгебры (7 – 9 классы). Модуль 3. Методика обучения систематическому курсу геометрии (7 – 9 классы)
VIII	Модуль 1. Методика обучения алгебре и началам анализа (10 – 11 классы). Модуль 2. Методика обучения геометрии (стереометрия, 10 – 11 классы)

Пятикурсники изучают курс методики обучения математике с акцентом на работу в условиях профильного обучения математике (курс авторский) и курс «Избранные вопросы методики обучения математике» (специфика работы с учащимися разных групп, с одаренными учащимися, курс авторский).

В нашей статье уделим внимание именно вопросу формирования у студента готовности развивать творческое мышление учащегося через создание творческой среды в процессе обучения математике.

Отметим: мы не ставим целью анализ понятий «образовательное (информационное, культурное) пространство», «образовательная (информационная, виртуальная) среда», однако важным в контексте нашего исследования является рассмотрение понятия учебной среды, направленность которого – не только усвоение учениками математических знаний, приобретение ими соответствующих умений, но и формирование и развитие их творческого мышления. Вопросам творчества в математике, в процессе обучения ей посвящено немало исследований, однако понятие творческой среды чаще рассматривалось в контексте художественной деятельности. Используя термин «творческая среда», будем подразумевать понятие «учебно-воспитательная творческая среда».

Рассматривая понятие «учебно-воспитательная среда», остановимся на классификации видов «воспитывающей среды», предложенной Я. Корчаком [6]: догматичная, идейная, среда внешнего лоска и карьеры, среда беззаботного потребления. Анализируя эти типы, в контексте исследования отметим, что именно в среде, где главенствуют энтузиазм, уважение к человеческой мысли, радость, любопытство, новые увлечения, удивление, ошибки, борьба, сомнения (так охарактеризовал Я. Корчак идейную среду), происходит саморазвитие свободной и активной личности. Идейная среда является творческой средой, отличается высокой внутренней мотивированностью деятельности, оптимистичной, позитивной атмосферой.

Самое важное условие формирования творческой среды – отсутствие в группе авторитарного лидера, навязывающего другим собственную точку зрения, игнорирующего или жестко подавляющего мнения других, иначе творческая среда перестает существовать, трансформируясь в любой другой тип среды. Естественно, будущий учитель математики должен быть готовым стать для своих школьников лидером, авторитет которого основывается на фундаментальных знаниях, на умении использовать эффективно и целесообразно весь репертуар форм, методов, средств обучения математике, на его истинной заинтересованности предметом, на стремлении к самосовершенствованию, на творческом подходе к проведению занятий, а не на панибратстве или жестком подавлении любой «несанкционированной активности» учеников. Искреннее желание передать свою любовь к предмету, заинтересовать учеников, настроить их на качественную работу, несмотря на прагматизм достаточно большой части современных школьников, вызывает их ответную положительную реакцию, способствует вовлечению в активную учебно-познавательную деятельность, провоцирует желание «выйти за рамки программы». Это показали проведенные нами исследования с использованием анкетирования, психологического тестирования, наблюдений. В исследовании, проводимом аспиранткой Е. А. Колесник, магистрантами Ю. В. Тарасенко, А. И. Ивченко с 1998 по 2011 годы, принимали участие студенты физико-математического факультета Сум ГПУ им. А. С. Макаренко. Студенты экономических специальностей колледжей Ровенской и Сумской областей с 2005 года участвовали в подготовке диссертационного исследования З. Б. Чухрай (диссертация успешно защищена в 2013 году).

В. А. Моляко предложена концепция воспитания творческой личности [11], предусматривающая систематическое развитие творческих задатков, *организацию специального творческого тренинга*; максимальную эстетизацию процесса обучения; постоянное участие ученика в коллективной деятельности.

С целью развития творческого мышления учеников необходимо научить их руководить собственными рассуждениями (Л. Л. Гурова отмечает [3, с. 112], что овладение человеком операциональной стороной собственного мышления есть предпосылка саморегулирования логики операций, выполняемых в ходе решения заданий).

Положительно влияет на развитие творческого мышления школьников умение учителя продемонстрировать «кухню творчества», поэтому важно ознакомить студентов с методиками «демонстрирования образцов креативного поведения» в процессе решения нестандартных задач. Именно поэтому одно из первых практических занятий по методике обучения математике на III курсе мы уже традиционно проводим в форме круглого стола, на котором обсуждаем знаменитую книгу Дж. Пойа «Как решать задачу», а затем преподаватель демонстрирует студентам «кухню творчества» на примере работы над поиском решения задачи олимпиадного характера. Эту традицию на нашем факультете заложила в 1976 году доцент Л. И. Чашечникова, научным руководителем которой был первый в Украине доктор педагогических наук по специальности 13.00.02 «Теория и методика обучения математике» И. Ф. Тесленко. Многие выпускники, ставшие уже опытными учителями, вспоминают именно это занятие как «первый толчок» к сознательному желанию работать учителем.

Наиболее негативное влияние (часто со стороны группы ровесников) на одаренных детей оказывает стремление привести их к «среднему уровню», сделать их похожими на всех других. Исследования психологов (в частности В. А. Ясвина [23]) свидетельствуют: окружающая социальная среда больше содействует развитию зависимости и пассивности; свобода и активность личности почти всегда проявляются не «благодаря», а «вопреки» условиям социальной среды; в жизни окружающие чаще дают позитивное подкрепление зависимой и пассивной позиции человека, особенно, подчеркнем, если это – ребенок. Однако не можем не отметить, что в какой-то мере это относится и к учителю. Творческий учитель не может действовать жесткими методами, использовать «натаскивание» учащихся перед выполнением работ контролирующего характера, «репетировать» заранее открытый урок. Однако именно такие действия часто быстрее приводят к повышению уровня успеваемости школьников, выражаемого отметкой, позволяют скрыть недоработки. Поэтому творческий учитель нередко бывает неудобен администрации школы, иногда – родителям школьников.

Э. Ландау [7] отмечает, что эмоциональная атмосфера, в которой вырастает ребенок, должна предоставлять ему уверенность и свободу, чтобы ученик имел смелость проявлять свои явные и скрытые таланты, мужественно принимал разочаровывающие результаты и был способен начинать снова. На наш взгляд, это касается и будущего учителя математики, стремящегося работать творчески. Творческое мышление не может формироваться в результате принуждения, необходимым является позитивное подкрепление инициативы субъекта, творческие проявления должны стимулироваться [2, 4, 10]. Однако существует взаимовлияние образовательной среды и субъекта. В 2014 – 2015 учебном году нами в ходе подготовки магистрантов был проведен совместно с доцентом кафедры психологии С. В. Пухно тренинг, направленный на формирование у студентов умения грамотно презентовать свои творческие идеи по обучению математике, противостоять необоснованной критике и извлекать рациональные идеи из конструктивной критики. Проведение тренинга показало, что наибольшую заинтересованность в получении соответствующих знаний и умений продемонстрировали именно те студенты-магистранты, которые уже работают учителями математики.

В контексте нашего исследования важной является направленность образовательного процесса на формирование и развитие творческого мышления учеников в процессе обучения математике. Считаем, что ***творческая среда в процессе обучения математике*** создана, если стимулируются и одобряются инициатива учеников (студентов) в ходе работы, применение ими разнообразных методов и приемов решения математических заданий, деловое общение учеников (студентов) в ходе выполнения заданий. Неудачные попытки не наказываются, причины ошибок обсуждаются, школьникам (студентам) систематически предоставляется возможность для самостоятельных рассуждений на уроке (на занятии), создаются условия для проявления творческого потенциала во внеучебное время.

Поэтому особое внимание необходимо уделить формированию готовности и способности учителя математики (будущего учителя математики) к созданию творческой среды в процессе обучения.

Отметим, что в украинском языке очень четко разделены понятия, переводимые на русский язык как «способность»: *«здібність» – как возможность сравнительно более эффективной деятельности в конкретной сфере, которая основывается на определенных врожденных задатках; «здатність» –* как *потенциальная приобретенная возможность личности выполнять определенную деятельность, использовать и развивать способности; «спроможність» – как уже актуализированная способность индивидуума действовать продуктивно в процессе соответствующей деятельности.*

С точки зрения подготовки учителя математики действуем в двух направлениях. С одной стороны, демонстрируя студентам динамику изменений уровня их знаний и умений, результатов выполнения ими психологических тестов на определение уровня креативности (чаще – в индивидуальной беседе), провоцируем на более активную работу творческого характера. С другой стороны, вооружаем будущего учителя математики методиками развития творческого мышления школьников.

Г. С. Альтшуллер [1] через обобщение опыта создал теорию решения изобретательских заданий. Автор обосновал, что решение изобретательских задач, тренировки и использование способностей человека в изобретательской деятельности позволяют уменьшить психологическую инерцию, усилить творческое воображение. Н. Б. Шумаковой [22] разработана программа междисциплинарного обучения «Одаренный ребенок», ориентированная на гибкость содержания и способов обучения, обогащенная содержанием повышенного уровня сложности, предусматривающая высокий уровень мыслительных процессов и самостоятельной работы в процессе обучения, содействующая развитию самопознания и самопонимания. Студентов необходимо ознакомить с вышеупомянутыми работами, предложить адаптировать изложенные идеи к конкретным условиям, к процессу изучения конкретных тем программного материала. Такая работа нами проводится в рамках одного из модулей курса «Избранные вопросы методики обучения математике».

С целью развития творческого мышления учеников (студентов) эффективной является ***интеграция процессов обучения и самообучения***, основывающаяся на *отборе соответствующих целям и психолого-педагогическим особенностям учеников содержания математического образования, форм, методов и средств обучения и на активизации ученика как субъекта творческого учебно-познавательного процесса на основе осознания собственной возможности осуществлять творческую деятельность в процессе учебно-познавательной деятельности в ходе изучения математики и своей роли в творческом процессе*. Такое осознание базируется на понимании учеником (студентом) соответствия имеющейся у него *интеллектуальной базы* требованиям творческой учебно-познавательной деятельности при изучении математики и на наличии и степени развития у него системы черт творческого мышления, качеств личности, способствующих эффективности творческой деятельности (мотивации, воли, работоспособности и др.).

В [20] нами была предложена концептуальная модель системы формирования и развития творческого мышления учащихся в условиях дифференцированного обучения математике, которая является двухкомпонентной и включает в себя методическую систему, направленную на формирование интеллектуальной базы ученика, и систему создания творческой среды в процессе обучения. Творческая среда в процессе обучения математике нами [19; 20] трактуется как система взаимосвязанных, взаимообусловленных блоков (***содержательный*** – определяются особенности структуры и содержания учебного материала; ***мотивационно-стимулирующий*** – особенности работы учителя в процессе организации учебно-познавательной деятельности ученика и управления ею; ***личностный*** – специфика влияния (и самовлияния) на личность ученика с целью развития его творческого мышления; ***организационный*** – особенности организации обучения учащихся и совместной деятельности учителя и учеников, направленной на создание условий для личностной вовлеченности всех участников процесса (как учеников, независимо от уровня их академической успеваемости, так и учителя); ***операционно-деятельностный*** – специфика операций над учебным материалом).

Способность к творчеству ярко проявляется в ходе участия студентов и школьников в олимпиадах, конкурсах, математических соревнованиях, поэтому продемонстрируем особенности подготовки будущего учителя математики к созданию творческой среды в процессе подготовки учеников к математическим олимпиадам (более детально нами рассмотрено в [18]).

I. ***Содержательный блок.*** Особенности структуры и содержания учебного материала. Предусматриваются разнообразие математических спецкурсов соответственно избранному профилю обучения; повышение внимания к доказательству теорем, решению заданий на доказательство, на построение, на исследование в классах всех профилей; привлечение учеников (студентов) к самостоятельному поиску проблем для исследования; увеличение внимания к заданиям на устные вычисления (что особенно важно и для студентов на данном этапе); использование систем заданий, уровень сложности которых постепенно повышается за счет вариативности условия соответственно повышению уровня развития творческого мышления учеников (студентов); более широкое использование заданий на смекалку, на прогнозирование, на развитие воображения, интуиции; в ходе проведения олимпиад – перенесение акцентов с заданий на обученность на задания, выполнение которых предоставляет возможность применять нестандартные подходы.

Будущий учитель математики должен уметь не только решать задачи математических олимпиад, владеть разнообразными методами и способами их решения, но и подбирать и составлять такие задания самостоятельно.

Например, нет необходимости выходить за рамки программы уровня стандарта (академического уровня), чтобы решить неравенство:

$$\left|3-\cos^2 x-2\sin x\right|\cdot\left|\lg^2 y+2\lg y+4\right|\leq 3$$

Достаточно нестандартно применить «стандартный багаж» знаний и умений.

II. ***Мотивационно-стимулирующий блок***. Особенности работы учителя в процессе организации учебно-познавательной деятельности ученика и управления ею. Предусматривает постепенное *сужение «информационной площади» в информационном поле, поступающей от учителя (преподавателя);* дифференцированное переложение задания по поиску новых сведений и их обработке на ученика (студента); дифференциация помощи ученикам (студентам) в ходе решения нетрадиционных заданий творческого характера; использование *приема демонстрирования «кадров»*; дифференцированный подход к оформлению заданий; использование *экспресс-решений*; целесообразное сочетание традиционных и новейших технологий обучения; использование основ *эргономики для лучшего учета и применения психологических* *особенностей учеников (студентов)* с целью повышения производительности учебно-познавательной деятельности.

III. ***Личностный блок.*** Специфика влияния (самовлияния) на личность ученика (студента) с целью развития его творческого мышления. Предусматривает *воспитание у учеников (студентов) позитивного отношения к себе, формирование сознательного отношения к самоусовершенствованию; развитие способности ставить перед собой цель; ознакомление их со спецификой организации творческой деятельности; организацию самообразования на творческом уровне.*

Результаты проведенного нами эксперимента (1998 – 2011 годы) свидетельствуют о ***важности акцента на роли ученика как субъекта учебно-познавательной деятельности.*** Сознательным должен быть как процесс овладения знаниями, способами действий по предмету, так и ***осознание учеником*** (особенно – старшеклассником) ***процессов, изменений, которые происходят с его личностью*** (развитие творческого мышления, интеллектуальных и творческих способностей) в процессе обучения математике. Это способствует ***повышению интереса школьника*** *к обучению*, росту его интеллектуальной *активности, целенаправленному приобретению им опыта самообучения, формированию стремления к самоусовершенствованию как движущей силы развития независимо от избранного им профиля обучения*.

Нами был также проведен опрос одних и тех же студентов – будущих учителей математики – на III и на IV курсах. На вопрос анкеты «Какие задачи больше нравится решать?» только 33% третьекурсников (2013 – 2014 учебный год) ответили, что те, решение которых требует нестандартных подходов. На IV курсе после проведения экспериментального обучения так же ответило уже 54% тех же студентов. 42% третьекурсников 2014 – 2015 учебного года тоже любот решать задачи, требующие нестандартных подходов. Это продемонстрировало потенциальную готовность студентов к работе с одаренными учениками, в частности – к созданию ситуации успеха в процессе подготовки школьников к участию в математических олимпиадах. О динамике изменений можно будет судить в следующем году (за предыдущие учебные годы, в которые велся поисковый эксперимент, динамика результатов использования элементов экспериментальной системы позитивна).

IV. ***Организационный блок.*** Особенности организации обучения учеников и совместной деятельности в системах «учитель ↔ ученик», «ученик ↔ ученик», «учитель ↔ ученики» ↔ «ученик ↔ ученик» (аналогично относительно субъектов образовательного процесса в вузе), направленной на вовлеченность всех участников в творческий учебно-познавательный процесс. В зависимости от организации учебно-познавательного процесса и роли в нем ученика (студента) одно и то же содержание и один и тот же объем учебного материала могут обусловливать как *разный тип мышления*, так и разные его *уровни*. Предусматриваются организация обучения учеников (студентов) в условиях создания *динамических дифференцированных групп* (при условии работы с разновозрастными группами старшеклассники могут стать помощниками учителя, оказывать помощь младшим ученикам); стимулирование их самостоятельной деятельности в процессе актуализации знаний и умений; привлечение учащихся к *систематической работе в творческих группах*; создание предпосылок для творческой математической деятельности посредством *предложения долгосрочных творческих домашних заданий*; дифференцированный подход к проведению олимпиад по математике – отдельное проведение *олимпиад по математике для учеников классов нематематических профилей*. Имеются определенные особенности проведения олимпиад и для учеников сельских школ.

V. ***Операционно-деятельностный блок.*** Особенности оперирования теоретическими знаниями на разных этапах процесса обучения существенно влияют на развитие творческого мышления субъектов обучения. По С. Л. Рубинштейну [16], существует как зависимость того, что личность умеет делать, от того, что она собой представляет, так и обратная зависимость. Предусматриваются реализация дифференцированного подхода в процессе введения нового материала; построение логико-структурных схем теоретического материала; разнообразие форм подачи и записи нового материала с переходом от одной к другой; применение заданий на развитие способности трансформировать информацию, модели, на формирование оперативности и легкости перехода от одного понятия к другому, на перенесение акцентов; выработка интегративности мышления; использование заданий на воображаемых моделях; запоминание материала на основе его творческого применения; использование ассоциаций, метафор; использование *заданий на лаконизацию иллюстраций* (рис. 2); привлечение учеников (студентов) к самостоятельному изготовлению и применению моделей в процессе решения заданий; предложение заданий на выработку оперативности мышления, на преодоление стереотипов.

Например, можно предложить исследовать функцию Дирихле или показательную функцию на периодичность. Решая задачу из учебника А. В. Погорелова на нахождение объема треугольной пирамиды *SABC*, все боковые ребра которой взаимоперпендикулярны и имеют длину *k*, можно показать, что достаточно «перевернуть пирамиду», чтобы получить пирамиду *CABS* (высота *k*, основание – прямоугольный треугольник с известными катетами) (рис. 1).

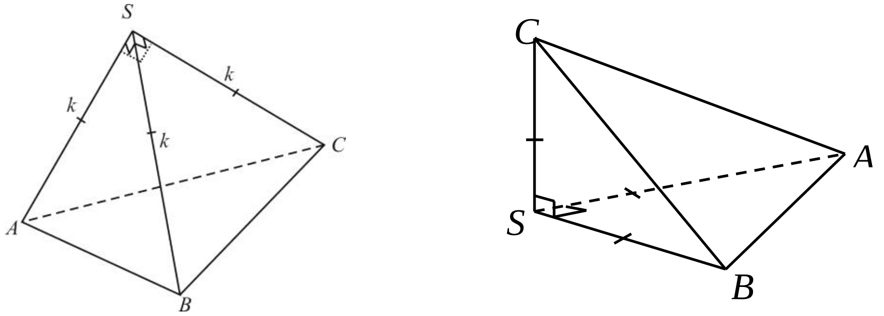


Рис.1. Иллюстрация перехода к другому ракурсу

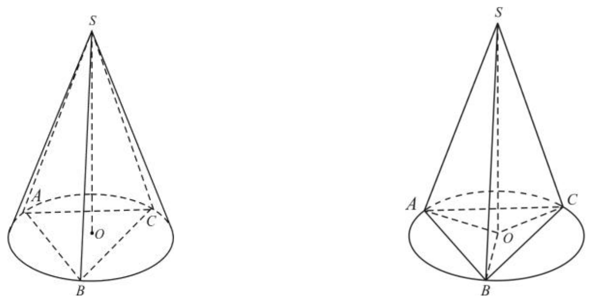


Рис. 2. Минимизация рисунка

Отметим, что данной системой заинтересовались наши американские коллеги. 3 – 4 апреля 2014 года состоялась он-лайн конференция по обмену опытом. Украину представляли преподаватели кафедр математики и информатики Сумского государственного педагогического университета имени А. С. Макаренко (СумДПУ), студенты и магистранты специальности «Математика», преподаватели Украинской академии банковского дела Национального банка Украины, Сумского государственного университета, с которыми сотрудничает Лаборатория содержания и методов обучения математике, физике, информатике (СумДПУ), представители Сумского областного института последипломного образования, учителя математики г. Сумы и Сумской области; США – представители Государственного Университета Кеннесоу (доктора Бретт Кацман, Мери Гарнер, Вирджиния Ватсон, преподаватель Татьяна Рудченко, выпускница нашего факультета, 1983 год).

В процессе *создания творческой среды имеется возможность гибко адаптироваться к конкретным условиям обучения математике* в процессе изучения студентами курсов элементарной математики и методики обучения математике, что формирует у будущего учителя готовность к созданию творческой среды в процессе обучения математике с целью развития творческого мышления школьников.

Список литературы

1. Альтшуллер, Г. С. Творчество как точная наука. Теория решения изобретательских задач [Текст] / Г. С. Альтшуллер. – М.: Сов. радио, 1979. – 184 с.
2. Гафурова, Н. О. Конструирование среды, развивающей одаренность личности [Текст]: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Н. О. Гафурова. – Красноярск, 1996. – 165 с.
3. Гурова, Л. Л. Психологический анализ решения задач [Текст] / Л. Л. Гурова. – Воронеж : Изд-во Воронежского ун-та, 1976. – 327 с.
4. Демидова, Н. А. Исследование подходов к категории «образовательная среда» в истории психолого-педагогической мысли [Текст] / Н. А. Демидова // Вестник Тюменского государственного университета. – 2009. – № 5. – С. 77 – 82.
5. Денищева, Л. О. Теория и методика обучения математике в школе [Текст] / Л. О. Денищева. – М.: Бином, 2011. – 247 с.
6. Корчак, Я. Педагогическое наследие [Текст] / Я. Корчак. – М.: Педагогика, 1991. – 272 с.
7. Ландау, Э. Одаренность требует мужества: Психологическое сопровождение одаренного ребенка [Текст] / Э. Ландау. – М.: Академия, 2002. – 144 с.
8. Малова, И. Е. Непрерывная методическая подготовка учителя математики с позиций субъектной согласованности [Текст]: монография. – Брянск: Издательство Брянского ИПКРО, 2006. – 164 с.
9. Матюшкин, А. М. Мышление, обучение, творчество [Текст] / А. М. Матюшкин. – М. : Изд. Московского психолого-социального института ; Воронеж : Издательство НПО «МОДЭК», 2003. – 720 с.
10. Меерович, М. И. Технология творческого мышления. Библиотека практической психологии [Текст]: практическое пособие / М. И. Меерович, Л. И. Шрагина. – Минск: ХАРВЕСТ; Москва: АСТ, 2000. – 430 с.
11. Моляко, В. О. Концепція виховання творчої особистості [Текст] / В. О. Моляко // Рад. школа. – 1991. – № 5. – С. 35 – 42.
12. Мордкович, А. Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте [Текст]: дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02. – М., 1986. – 355 с. РГБ ОД.
13. Моторіна, В. Г. Дидактичні і методичні засади професійної підготовки майбутніх учителів математики у вищих педагогічних навчальних закладах [Текст]: автореф. дис. …докт. пед. наук : 13.00.04 «Теорія та методика професійної освіти» / В. Г. Моторіна. – Харьков, 2005. – 45 с.
14. Новик, И. А. Формирование методической культуры учителя математики в пединституте [Текст]: дис. ...докт. пед. наук / И. А. Новик. – М., 1990. – 317с.

15. Рихтер, Т. В. Формирование профессиональной компетентности современного учителя [Электронный ресурс] / Т. В. Рихтер // NAUKA-RASTUDENT RU. – 2014. – № 8 (8-2014).– Режим доступа: http: // nauka-rastudent. Ru /8/1964/.

16. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии [Текст]: в 2 т. Т. 1 / С. Л. Рубинштейн. – М. : Педагогика, 1989. – 488 с.

17. Слєпкань, З. І. Методика навчання математики [Текст]: підруч. для студ. мат. спец. пед. навч. закладів / З. І. Слєпкань. – К. : «Зодіак-ЕКО», 2000. – 512 с.

18. Чашечникова, О. С. Один із аспектів формування готовності майбутнього вчителя математики до створення творчого середовища [Текст] / О. С. Чашечникова, Є.А. Колесник // Педагогічні науки : теорія, історія, інноваційні технології. – 2014. – № 5 (39). – С. 391 – 401.

19. Чашечникова, О. С. Створення творчого середовища у процесі навчання математики з метою формування в учнів готовності до творчості [Текст] / О. С. Чашечникова // Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 24. – Донецьк : Вид-во Дон НУ, 2005. – С. 169 –174.

20. Чашечникова, О. С. Теоретико-методичні основи формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики / [Текст]: дис. док. пед. наук: 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)». – Суми ДПУ ім. А. С. Макаренка, 2011. – 558 с.

21. Шестакова, Л. Г. Подготовка будущих учителей математики и информатики к работе по формированию у школьников коммуникативных УУД / Л. Г. Шестакова, Е. С. Старцева // Психолого-педагогическое сопровождение личности в образовательном пространстве: материалы Международной научно-практической конференции, 14 декабря 2012 год: в 2 ч. Ч. 1 / ФГБОУ ВПО «Соликамский государственный педагогический институт; Н. Н. Егорова, составление. – Соликамск : СГПИ, 2013. – С. 88 – 94.

22. Шумакова, Н. Б. Обучение и развитие одаренных детей [Текст] / Н. Б. Шумакова. – М. : Издательство Московского психолого-социального института; Воронеж : Издательство НПО «МОДЭК», 2004. – 336 с.

23. Ясвин, В. А. Образовательная среда: от моделирования к проектированию [Текст] / В. А. Ясвин. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Смысл, 2001. – 366 с.

24. Skvortsova, S., Vtornikova Yu. S. The Formation of Teacher Communicative Competency on the basis of Activity Approach [Текст] / S. Skvortsova, Yu. S. Vtornikova // Edukacja Humanistyczna, Polrocznik mysli spoleczno-pedagogicznej. – 2012. – № 2 (27). – P. 189 – 194.

25. Tarasenkova, N. Peculiar Properties of Mathematics Teacher Training in Ukraine [Текст] / N. Tarasenkova, O. Chashechnikova, I. Bogatyreva // American Journal of Educational Research. – 2013. – Volume 1. – Issue 11. – P. 490 – 495.

Научное издание

РАЗВИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛА – ВУЗ

Коллективная монография

Редактор	М. В. Толстикова
Корректор	Н. Л. Кошкина
Компьютерная верстка	Е. В. Ворониной

Мнение авторов статей может не совпадать с мнением организаторов научно-практической конференции. Авторы материалов несут ответственность за достоверность информации, представленной для публикации. Сведения об авторах, принявших участие в конференции, публикуются на основе информации, представленной в заявке.

Сдано в набор 07.04.2015 г. Подписано в печать 25.05.2015 г.
Бумага для копировальной техники. Формат 60x84/8.
Гарнитура «Arial». Печать цифровая.
Усл. печ. листов 12,90. Тираж 100 экз. Заказ № 345.

Отпечатано в РТО СГПИ (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ»
618547, Россия, Пермский край, г. Соликамск, ул. Северная, 44